



ОЦЕНКА УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ПРИ ШИРОКОПОЛОСНОМ СЛУЧАЙНОМ НАГРУЖЕНИИ

Расчёт усталости
конструкции
с использованием
MSC. Patran

2024

Описание

Методическое пособие предназначено для инженеров, задействованных в проекте: 'Многоразовые Транспортные Космические Системы'.

Описан подход к расчёту накопленного усталостного повреждения в элементах силовой конструкции ракеты при действии широкополосной случайной вибрации, вызванной работой маршевых двигателей.

Ключевые слова: широкополосное случайное нагружение, усталостная долговечность.

Abstract

The guide to fatigue damage assessment in missile primary structure, subjected to broadband random vibration.

Keywords: fatigue analysis, fatigue of aluminum alloys, random vibration.

Оглавление

1. Параметры нагружения обтекателя	6
2. Описание метода расчёта	8
2.1 Алгоритм решения задачи	9
3. Конечно-элементные модели и их нагружение	11
3.1 Конечно-элементная модель переднего отсека (GFEM)	11
3.1.1 Описание конструктивных элементов	11
3.1.2 Граничные условия модели	12
3.2 Конечно-элементная модель корпуса замка (DFEM)	13
4. Результаты конечно-элементного анализа	15
4.1 Результаты первого этапа расчёта долговечности	15
4.1.1 Случайное нагружение конструкции	15
4.1.2 Реакция в замках на случайное нагружение	18
4.1.3 Реакция в замках на аэродинамическое нагружение	23
4.2 Результаты второго этапа расчёта	24
5. Вычисление RFS и определение критичных по усталости мест	26
6. Расчёт ресурса	29
6.1 Построение циклограммы усталостного нагружения	29
6.2 Предельное состояние материала при случайном нагружении	33
6.2.1 СКО vs. Амплитудный спектр нагружения	36
6.3 Учёт асимметрии процесса нагружения	37
6.4 Вычисление накопленных повреждений	39
7. Результаты расчёта и заключение	42
Список литературы	42
8. Приложение	43
8.1 Преобразование экспериментальных данных	43
8.2 Нагружение обтекателя (динамическое и квазистатическое)	44
8.3 Файлы 'Random.rnd'	45
8.4 Механические свойства композитных материалов	46
8.5 DFEM особенности моделирования	47
8.6 Усталостные свойства алюминиевого сплава	48
8.7 Гармоническое vs. случайное усталостное нагружение образцов	49
8.8 Вычисление накопленных повреждений	50
8.9 Метод 'дождя' vs. спектральный метод	53

Вибрация vs. усталость

Оценка усталостной долговечности при широкополосном случайном нагружении конструкции

К основным видам широкополосного динамического нагружения ракеты при её старте и полёте относят вибрационные и акустические нагрузки, возникающие в результате работы реактивных двигателей.

Еще одной причиной продолжительного динамического нагружения может стать пульсация давления в турбулентном приграничном слое на поверхности обтекателя, которая появляется после срыва набегающего потока воздуха. Одним из последствий этого явления может стать генерирование высокочастотной вибрации.

Дополнительными, но уже кратковременными (продолжительностью менее секунды) видами динамического нагружения являются ударные воздействия, возникающие при срабатывании пиротехнических систем, или связанные с механическим воздействием, вызванным отделением ступеней или ускорителей.

Оценка усталостной долговечности элементов конструкции при действии широкополосной случайной вибрации включает четыре основных этапа:

1. Получение отклика конструкции на вибрационные нагрузки, создаваемые работой маршевых двигателей и внешним акустическим давлением;
2. Вычисление реакции конструкции на аэродинамические нагрузки, возникающие из-за преодоления сопротивления воздуха;
3. Построение циклограммы усталостного нагружения от совместного действия случайных вибрационных нагрузок и нагрузок, которые можно считать квазистатическими;
4. Вычисление накопленных повреждений и оценка запасов усталостной прочности.

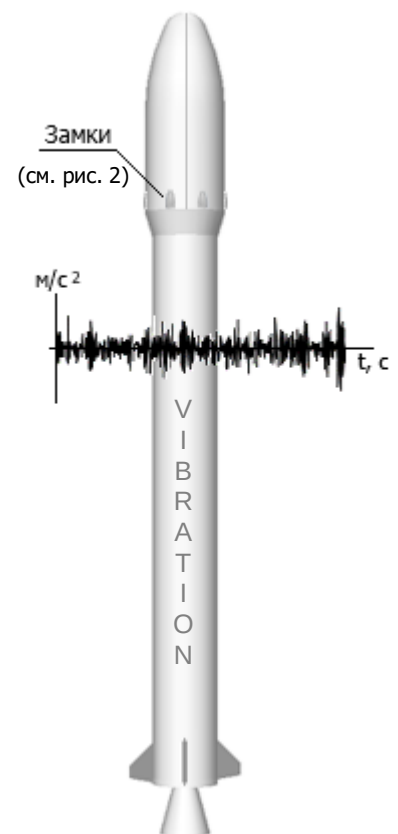


Рис. 1. Широкополосное нагружение

При создании ракетной техники расчёт на усталость (усталостную долговечность) являлся, как правило, проверочным и должен был подтвердить, что никакие изменения в спроектированную силовую конструкцию вносить не нужно, а все принятые на основе статического анализа прочности или жёсткости решения являются правильными. Но для ракетных систем, которые предназначены для многократного использования, именно этот расчёт становится основным, и должен подтверждать возможность использования транспортной системы требуемое количество раз.

В данной работе оценка усталостной долговечности будет рассмотрена на примере замков, удерживающих головной обтекатель до его отделения от ракеты. Для любых других элементов его конструкции алгоритм оценки останется тем же самым.

Проблема, которую требовалось решить, заключалась в разработке безударной и надежной системы отделения створок головного обтекателя от ракеты. Одним из вариантов решения был отказ от пироболтов ('pyrotechnic fasteners') для соединения двух створок и использовании электрических замков.

Чтобы обеспечить требуемый уровень надежности их разделения, количество замков должно быть минимальным.

Все замки одной конструкции, и значит выдерживают одинаковую предельную нагрузку, однако нагружаются они неравномерно. Только один или два из них будут нагружаться максимально одновременным действием динамических и т.н. квазистатических нагрузок. Минимальное количество замков будет определяться способностью только одного из них выдержать максимальные нагрузки без разрушения.

На поперечном стыке обтекателя и переходного отсека устанавливается 8 замков (их конструкция показана на рис. 2). Срабатывание происходит при подаче электрического сигнала без использования пиротехнических устройств. Прочность механизмов самого электрического замка в этой работе не рассматривается. Принимается, что необходимое для его разрушения усилие составляет не менее 5 тонн (согласно спецификации завода-изготовителя).

Замок устанавливается в алюминиевый корпус 1, который при помощи четырнадцати титановых болтов крепится к створкам композитного обтекателя (см. рис. 2).

Корпус замка спроектирован так, чтобы равномерно распределить и передать воспринимаемую обтекателем нагрузку на шпангоут переходного отсека.

По опыту расчётов и испытаний подобных конструкций известно, что наиболее критичными, с усталостной точки зрения, являются места установки крайних креплений (см. рис. 2), но возможны ошибки в конструкции самого корпуса, которые будут выявлены в результате анализа.

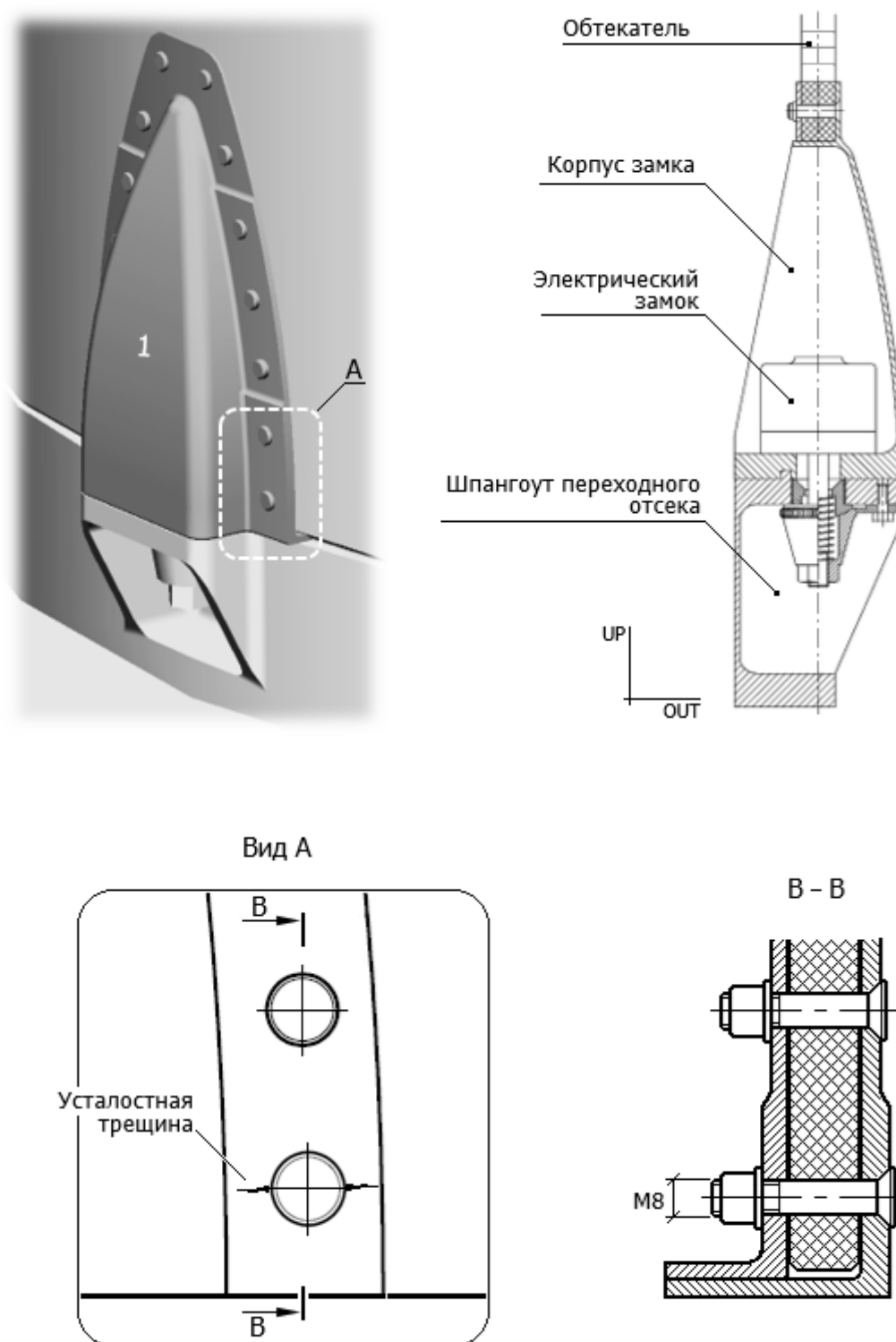


Рис. 2. Конструкция замка системы отделения обтекателя

1. Параметры нагружения обтекателя

Случайная вибрация обтекателя, возникающая из-за работы двигательной установки, будет накладываться на аэродинамические нагрузки, вызванные прохождением ракетой плотных слоёв атмосферы.

На рис. 3 представлены максимальные уровни ускорений по частотам в зоне переходного отсека при старте и полёте ракеты ('envelope', см. раздел 8.1).

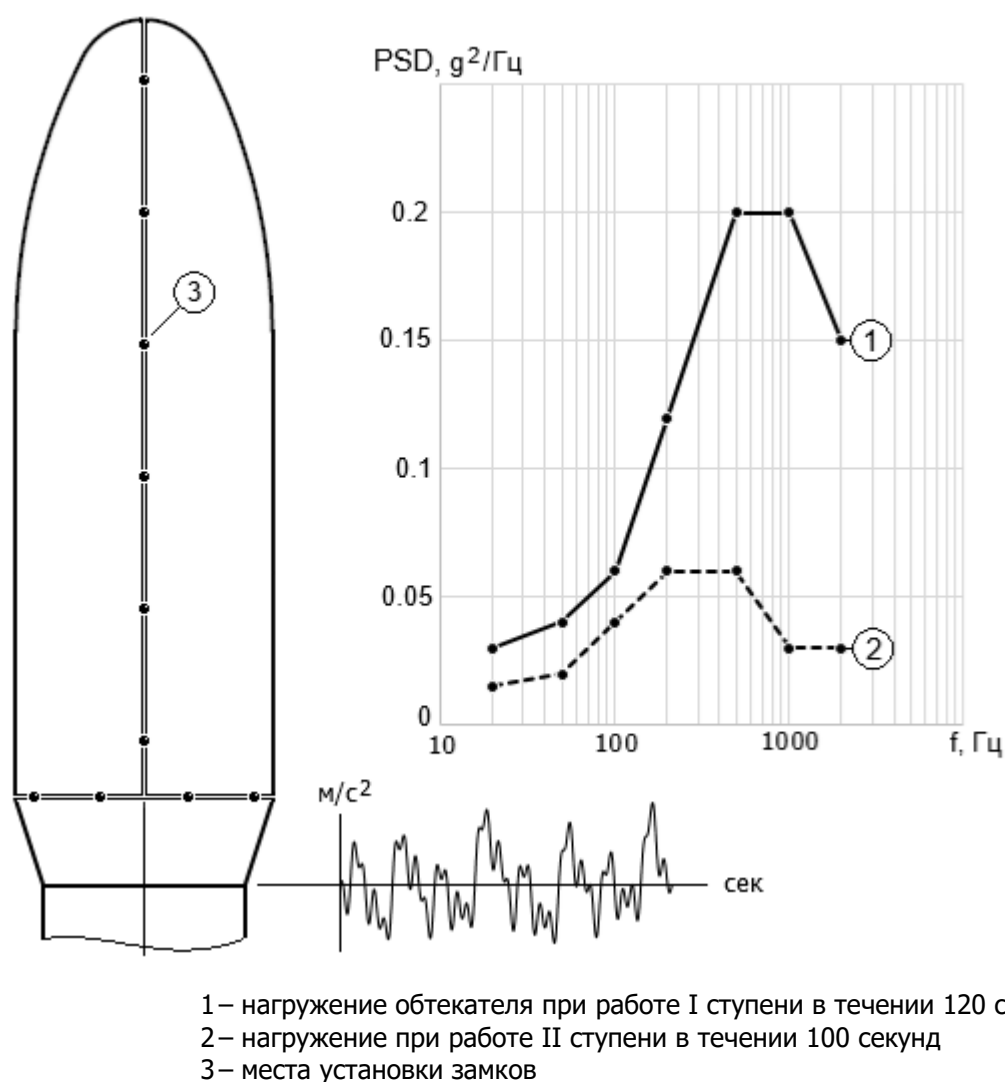


Рис. 3. Широкополосное нагружение обтекателя ракеты

На рис. 4 представлена диаграмма изменения аэродинамических нагрузок во время полёта на уровне поперечного стыка головного обтекателя с переходным отсеком.

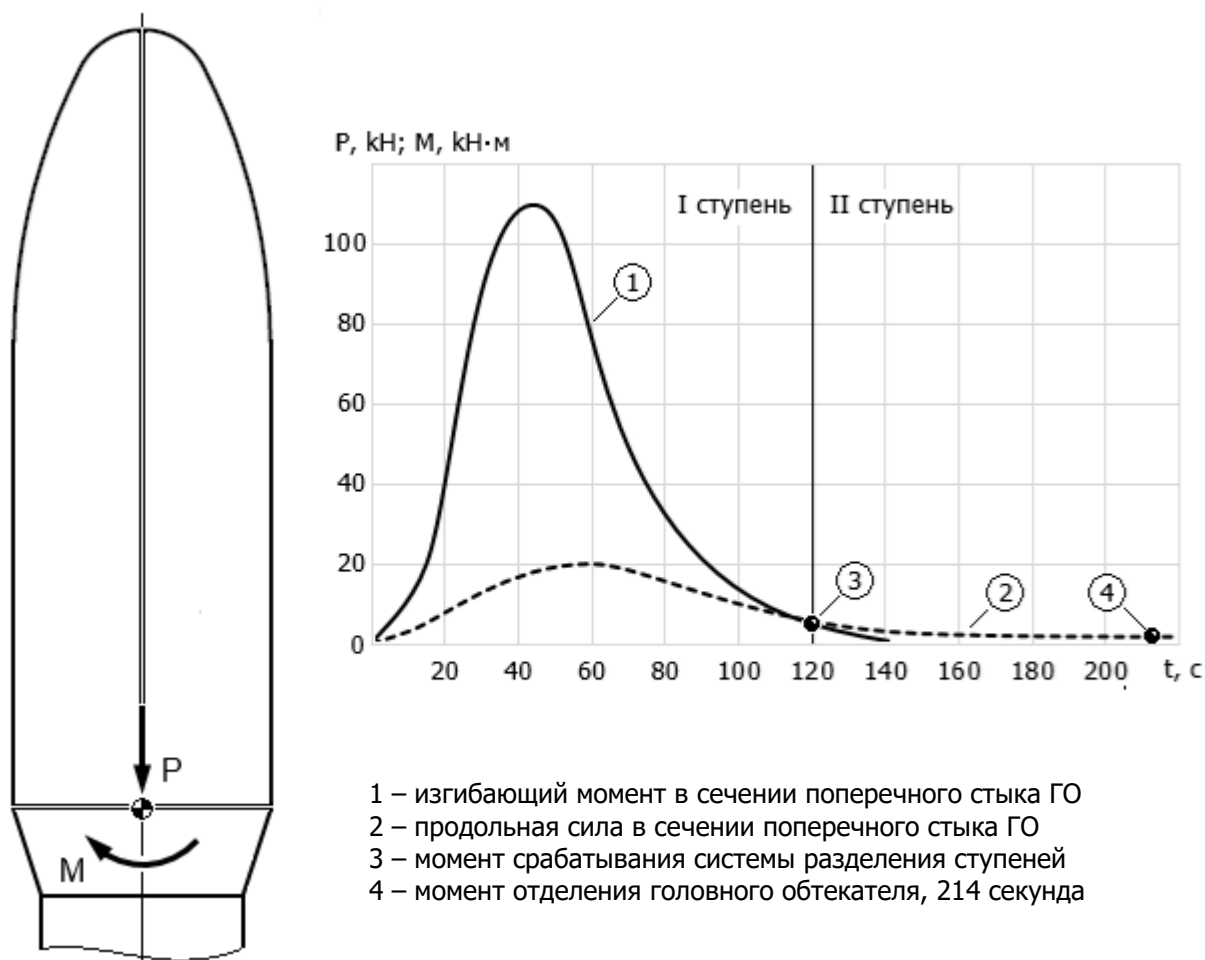


Рис. 4. Аэродинамическое нагружение обтекателя

Особенности получения и приложения каждой нагрузки объяснены в разделах 8.1 и 8.2.

Дополнительные ударные воздействия на конструкцию обтекателя, связанные со срабатыванием пиротехнических систем при разделении ступеней, обычно менее критичны, но должны учитываться и будут рассмотрены в другой статье.

2. Описание метода расчёта

Существует несколько методов, которые позволяют рассчитывать ресурс машиностроительных конструкций при действии случайной вибрации. Каждый из них разрабатывался под конкретный тип конструкции и особенности её нагружения, например, для расчёта усталостной долговечности силовых элементов автомобилей или железнодорожного транспорта. Основные отличия в методах заключаются в использовании различных способов схематизации действующих случайных процессов.

На сегодняшний день универсальной методики, применимой для анализа любой конструкции, не существует. Выбор наиболее подходящей зависит от целей расчёта, особенностей анализируемой конструкции, требуемой точности, доступных исходных данных и других факторов.

Чтобы не перетяжелить головной обтекатель, необходимо было выбрать достаточно простые и одновременно достаточно консервативные подходы, позволяющие эффективно решить задачу расчётного определения усталостной долговечности элементов его конструкции.

Предлагаемый ниже подход соответствует этим требованиям.

1. В качестве основы был выбран метод, предложенный Гриненко Н.И. и Шефером Л.А. [1], где для расчёта усталости используется всего три параметра случайного процесса: СКО, эффективная частота и структура ('irregular factor'). Выбор был обусловлен особенностями силовой конструкции обтекателя. По опыту аналогичных расчётов известно, что отклик на заданный случайный процесс нагружения в выбранных для анализа местах будет близок к узкополосному процессу, с распределением амплитуд, близким к нормальному закону распределения. При таких исходных данных этот метод даёт хорошее совпадение результатов расчёта и испытаний.
2. Оценка влияния статического смещения напряжений ('the mean stress effect') осуществляется по методике, разработанной в ГРЦ им. Макеева. Критериями для её выбора было то, что рассчитываемая деталь изготавливается из алюминиевого сплава и нагружается случайным узкополосным процессом (см. раздел 6.3).
3. Влияние конструктивных отличий между испытанными лабораторными образцами и рассчитываемым элементом осуществляется по методике, предложенной Меньшиковым С.Я. [2].

4. Накопленные усталостные повреждения вычисляются по формуле Пальмгрена-Минера без корректировок. Возможная ошибка компенсируется тем, что изначально завышены эксплуатационные нагрузки, т.к. были построены как огибающие по максимальным значениям ускорений, и тем, что расчёт производится для вероятности разрушения 1%.

Наиболее существенным недостатком предложенного подхода является то, что рассчитывается комбинированный стык ('combined splice'), состоящий из алюминиевого фланца, композитной панели и титанового крепежа, а предельное состояние для оценки долговечности может быть получено только для алюминиевой детали по кривой усталости лабораторных образцов.

Отсутствие кривых усталости для болтовых соединений композитных стыков не позволит оценить возможность разрушения самого крепежа от т.н. 'bolt bending effect'. Учесть этот эффект при расчёте несложно, но сравнить полученный в итоге результат будет просто не с чем.

2.1 Алгоритм решения задачи

Алгоритм расчётного определения усталостных свойств элементов конструкции обтекателя упрощённо представлен в виде блок-схемы на рис. 5.

Четыре этапа – это условный минимум, исходя из того, что раньше каждый этап (максимум два) выполнялся одним инженером с соответствующей подготовкой. Это снижало вероятность ошибки и существенно сокращало время расчёта. Несмотря на то, что математические модели и используемые компьютерные программы стали существенно более совершенными, и уже позволяют не ошибаться в усталостных расчётах на порядок, такое деление стало только более явным.

На первом этапе требуется получить отклик (реакцию) конструкции обтекателя на заданное случайное воздействие, например, в виде АЧХ ускорений в местах установки электрических замков.

Для этого используется GFEM (Global Finite-Elements Model) – упрощенная конечно-элементная модель передних отсеков и обтекателя, которая не полностью повторяет их реальную конструкцию, но точно моделирует динамические и инерционные характеристики (см. раздел 3.1). Основная проблема, которую придётся решить – создание корректной модели внешнего воздействия и нагружение с её помощью GFEM.



Рис. 5. Структурная схема вычисления долговечности конструкции при случайном нагружении

На втором этапе необходимо максимально точно получить распределение напряжений в наиболее нагруженных сечениях конструкции.

Для этого применяется DFEM (Detail Finite-Elements Model) – детальная конечно-элементная модель, повторяющая рассчитываемый элемент конструкции максимально точно (см. раздел 3.2).

Третий этап расчёта заключается в том, чтобы, используя результаты испытаний лабораторных образцов, получить характеристики сопротивления усталости рассчитываемой детали при гармоническом нагружении.

На четвёртом этапе используются результаты первых трёх для определения характеристик сопротивления усталости рассчитываемой детали при заданном случайном воздействии (см. раздел 5 и 6).

Точность расчёта с использованием предлагаемого метода будет напрямую зависеть от наличия и полноты экспериментальных данных о прочностных, усталостных и демпфирующих свойствах материалов, которые планируется использовать в конструкции обтекателя.

3. Конечно-элементные модели и их нагружение

3.1 Конечно-элементная модель переднего отсека (GFEM)

GFEM переднего отсека создана для получения нагрузок, поэтому её детализация минимальна. Точно смоделированы только те элементы, которые определяют основные динамические и инерционные характеристики конструкции (т.е. жёсткость и массу).

Конструктивно GFEM состоит из 4 блоков, показанных на рис. 6:

1. Створки головного обтекателя;
2. Переходный отсек;
3. Адаптер;
4. Блок, моделирующий полезную нагрузку минимальных габаритов.

3.1.1 Описание конструктивных элементов

Створки обтекателя представляют собой трёхслойную сотовую панель, поперечное сечение которой изображено на рис. 7. Механические свойства ортотропных материалов, выбранных для их изготовления, представлены в приложении (см. раздел 8.4). Свойства получившегося композитного пакета вычислены при помощи 'Laminate Modeler' и присвоены элементам типа 'Shell', которыми была смоделирована срединная поверхность обтекателя.

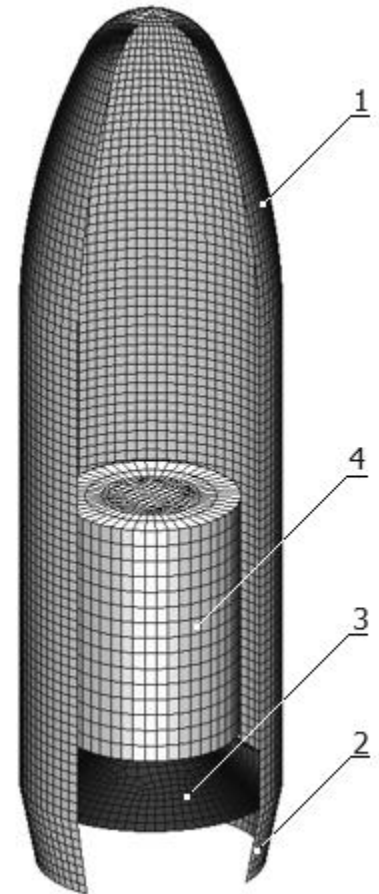


Рис. 6. Конечно-элементная модель (GFEM)

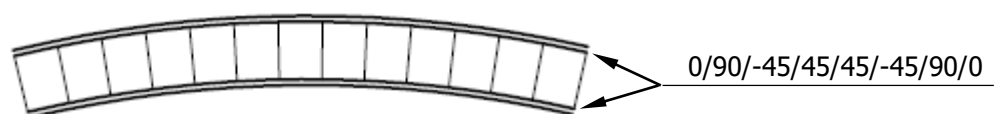


Рис. 7. Конструкция стенок обтекателя

Между собой две створки соединяются двенадцатью элементами RBE2, расположенными в местах установки замков на продольном стыке (см. рис. 3), и еще восемь RBE2 соединяют их с переходным отсеком. Зависимыми сделаны три поступательные степени свободы (x, y и z).

Переходный отсек 2 и адаптер 3 изготовлены из алюминия. Оба моделируются 'Shell' элементами, расположенными на срединных поверхностях деталей. Стрингеры и шпангоуты – элементы 'Bar'. Соединение элементов между собой реализовано через общие узлы.

Полезная нагрузка смоделирована объёмными элементами (CHEXA, CPENTA). Механические свойства заданы как у алюминия, но плотность была подобрана так, чтобы вес получился равным 400кг.

При помощи GFEM будут выполнено два анализа для получения реакции в местах установки электрических замков. Сначала при широкополосном случайном нагружении, затем при аэродинамическом.

3.1.2 Граничные условия модели

Для получения отклика конструкции на широкополосное случайное нагружение созданную модель необходимо доработать.

Расчёт будет выполняться т.н. 'методом больших масс', который подразумевает добавления к GFEM элемента с большой массой, сосредоточенной в одном узле. Поэтому в центре поперечного сечения переходного отсека был создан узел M, в который помещен элемент MASS21. Заданная масса элемента значительно превосходит массу реальной конструкции обтекателя и равна $6 \cdot 10^8$ кг.

К созданному узлу будет прикладываться кинематическое воздействие.

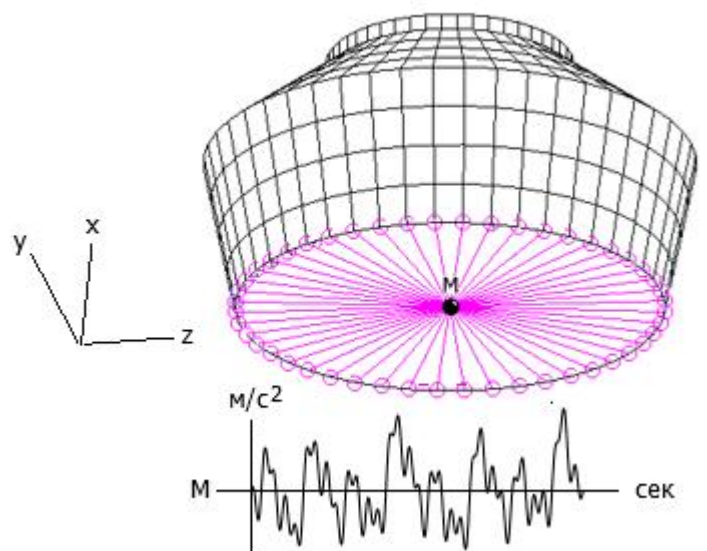


Рис. 8. Доработка GFEM и его нагружение

Чтобы оно передавалось на конструкцию обтекателя, необходимо связать узел М элементом RBE2 со всеми узлами по периметру переходного отсека (см. рис. 8). Зависимыми степенями свободы RBE элемента будут направления: x , y и z .

При приложении аэродинамических нагрузок элемент массы не требуется, однако его наличие в модели не влияет на результаты вычислений.

3.2 Конечно-элементная модель корпуса замка (DFEM)

Локальная конечно-элементная модель необходима для получения максимально точного распределения напряжений в корпусе замка. Изолинии максимальных растягивающих напряжений должны помочь выявить места наиболее вероятного появления усталостных трещин, как явные, так и не очевидные, связанные с ошибками в проектировании или закреплении конструкции.

Для этого DFEM должен точно повторять геометрию реального фрагмента конструкции.

При разбиении 3D CAD модели корпуса замка использовались объёмные элементы типа HEX и TET с характерным размером 1мм. Такое разбиение сделало модель большой по объёму занимаемой памяти, но позволило избежать несуществующих в детали концентраторов напряжений

Чтобы не ошибиться с граничными условиями при закреплении модели, кроме алюминиевого корпуса замка была смоделирована часть створки обтекателя и ответная рамка. Композитная панель моделировалась по срединной поверхности элементами типа Shell, свойства задавались из раздела 8.4.

Наличие в модели трёх деталей, соединённых болтами, позволяет учесть влияния жёсткости каждой из них на распределение нагрузки по всему стыку.

Титановые болты моделировалась сначала просто RBE2 элементами (см. рис. 33), а затем более корректно с помощью утилиты 'Fastener Builder' ('Rutman fastener').

Но такое усложнение модели оказалось излишним. Как показал расчёт – значения вычисленных максимальных напряжений практически не изменились.

Закрепление модели осуществлялось по верхнему краю композитной панели. Нагрузка прикладывалась в виде давления на внутреннюю поверхность нижнего фланца корпуса замка (см. рис. 33).

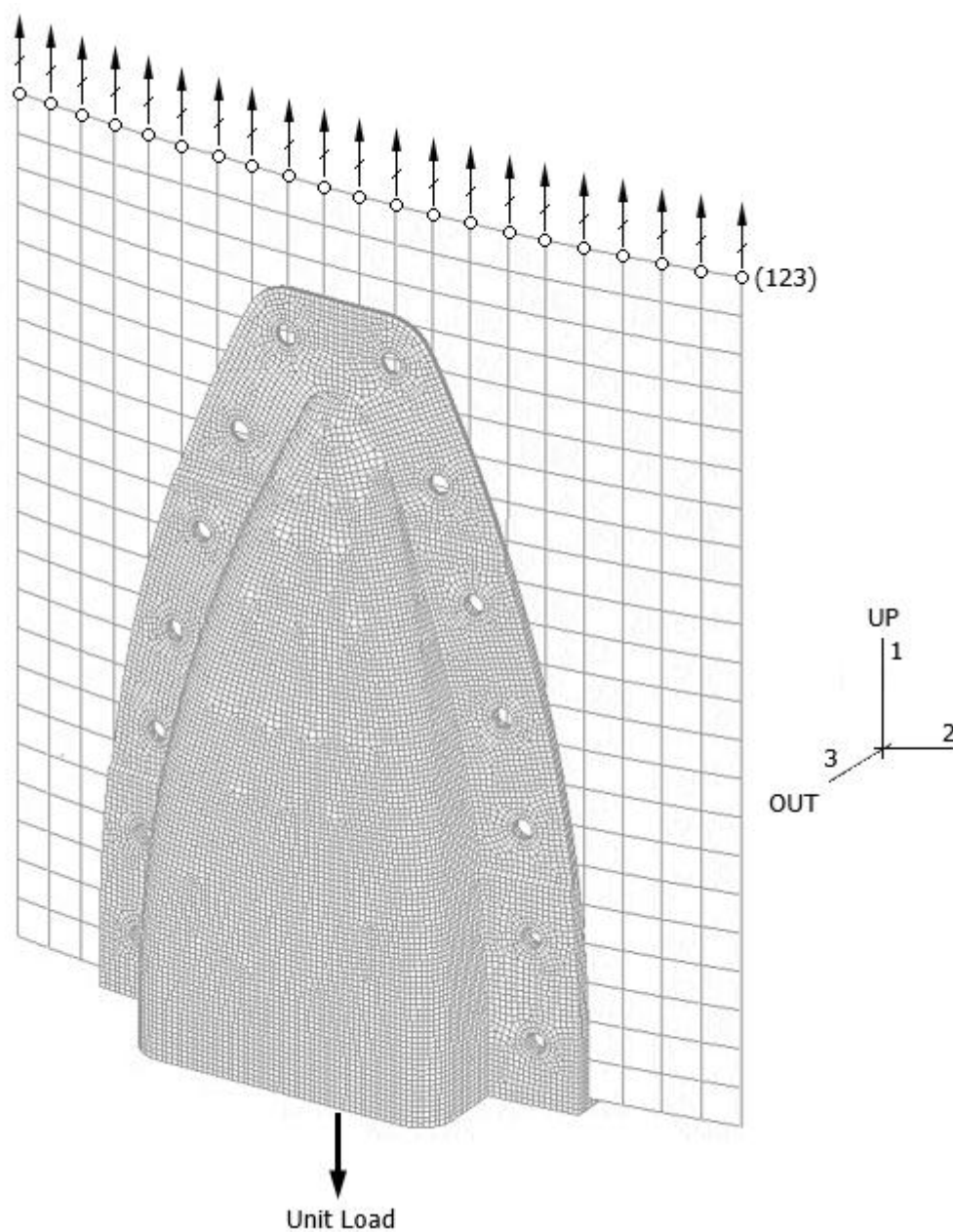


Рис. 9. Конечно-элементная модель корпуса замка и её нагружение

4. Результаты конечно-элементного анализа

4.1 Результаты первого этапа расчёта долговечности

4.1.1 Случайное нагружение конструкции

Для получения отклика обтекателя на действие широкополосной случайной вибрации необходимо выполнить 'Random Analysis'. Блок-схема его выполнения представлена на рис. 10.

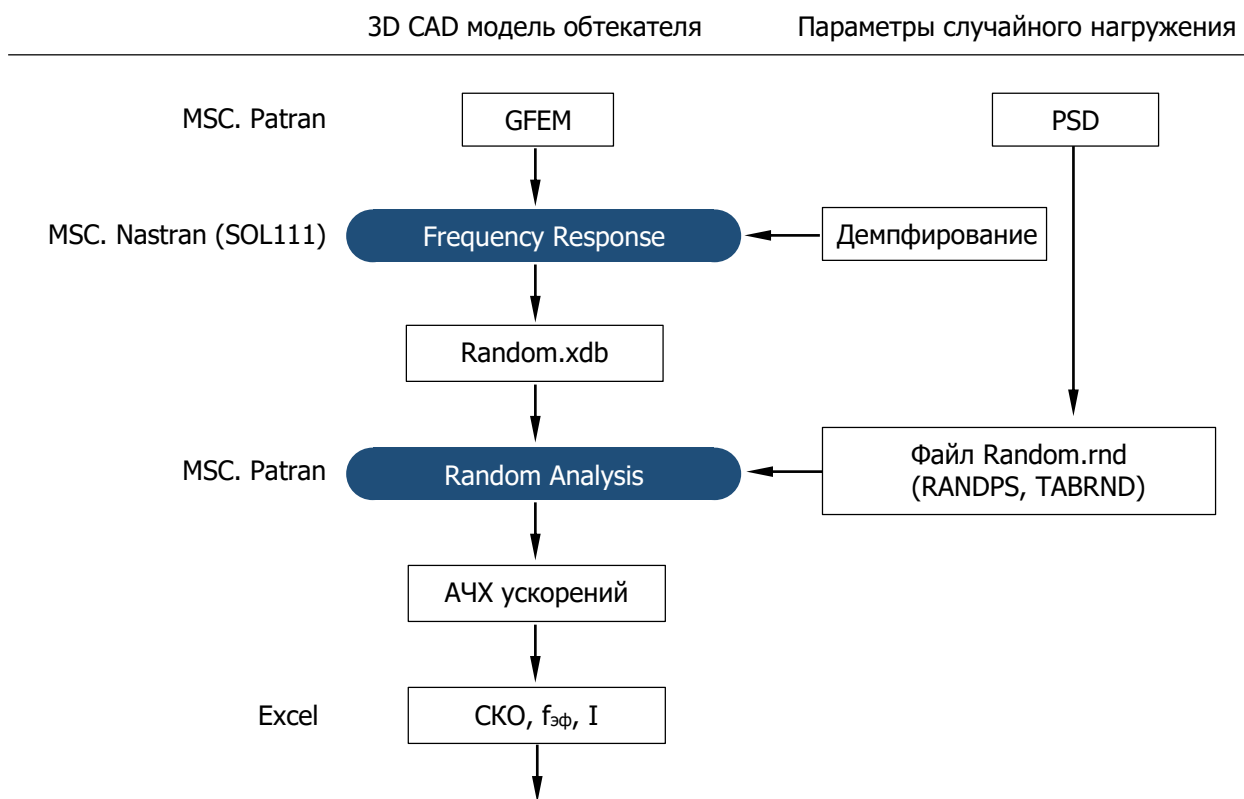


Рис. 10. Блок-схема первого этапа

Первым на этом этапе выполняется частотный анализ ('Frequency Response').

Настройка расчётного модуля для его выполнения показана на рис. 11*.

* – в описанном алгоритме не будет учтено наличие предварительного деформирования конструкции обтекателя под действием аэродинамических нагрузок, т.н. 'pre-stress'. Это значительно упрощает, как нагружение конечно-элементной модели, так и сам расчёт. Влиянием 'pre-stress' на результаты модального анализа в данном случае можно пренебречь.

Необходимо:

- 1) Выбрать тип анализа – 'Freq. Response'
- 2) Выбрать метод расчёта 'Enforced Motion' (вынужденные колебания);
- 3) Указать название файла результатов;
- 4) Выбрать направление приложения ускорений*;
- 5) Выбрать узел, к которому будет приложено ускорение (узел M, см. рис. 8);
- 6) Выбрать вариант закрепления модели, позволяющий свободно перемещаться всей GFEM в направлениях, которые выбраны в п.4, и запрещает узлу п.5 перемещаться во всех остальных. Например, если к узлу M (см. рис. 8) прикладывается ускорение в направлениях 1 и 2, то должен быть 'Displacement Set' который ограничивает перемещения этого узла в направлениях: 3, 4, 5 и 6.
- 7) Задать модальное демпфирование (для этого предлагается несколько вариантов).
- 8) Поскольку ускорения задаются в виде перегрузки (т.е. через $g_0 = 9.81\text{м/с}^2$), то при нагружении модели необходимо следить за параметрами Input (масштаб) и WtMass (конвертер массы), чтобы учитывать размерности, в которых построена и нагружается модель (см. таблицу ниже).

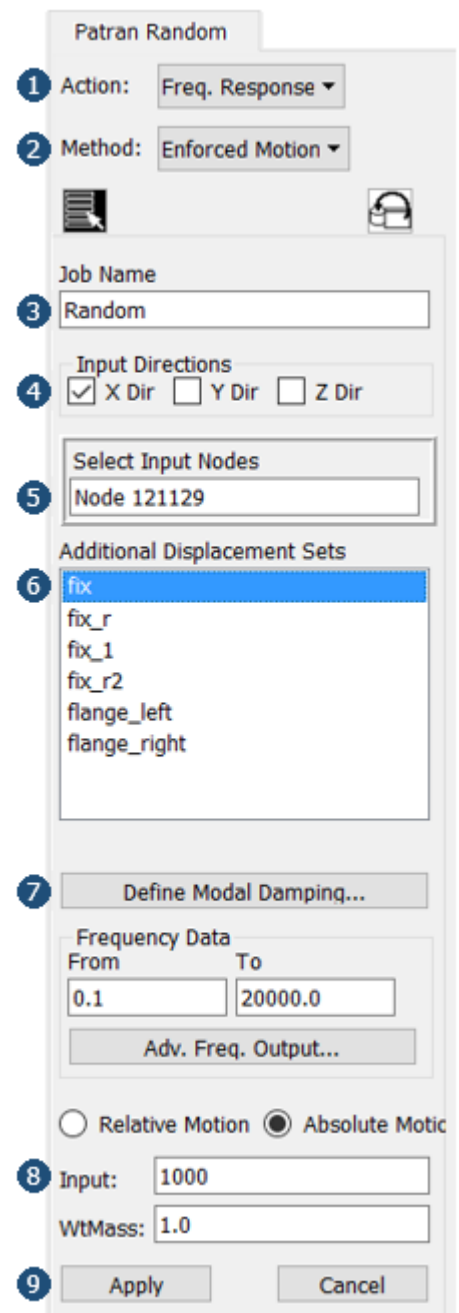


Рис. 11. Настройка расчётного модуля

Единицы измерения	Input	WtMass
м / кг / Па	9.81	1.0
мм / т / МПа	9810	1.0

* – одновременное приложение ускорений в нескольких направлениях может потребовать наличия корреляционных функций между ними.

9) После запуска приложение генерирует файл 'Random.bdf', но не запускает его на расчёт в MSC.Patran. Это нужно сделать самостоятельно.

Результатом выполнения частотного анализа будет получение установившейся реакции конструкции на гармоническое воздействие определённой частоты (файл 'Random.xdb').

Следующий шаг – 'Random Analysis'.

От реакций конструкции на гармоническое воздействие требуется перейти к реакциям на заданный случайный процесс нагружения.

Это выполняется стандартно, путём умножения передаточной функции на функцию спектральной плотности мощности. Поэтому, кроме файла 'Random.xdb' с результатами частотного анализа требуется наличие дополнительного файла – 'Random.rnd', содержащего таблицы TABRND и RANDPS.

На основании этих таблиц алгоритмы модуля 'Random Analysis' определяют, какая спектральная плотность мощности ускорений соответствует выбранной частоте нагружения, и по каким правилам (таблицам) разные расчётные случаи должны коррелироваться друг с другом.

Для создания такого файла заданные на рис. 3 спектральные плотности мощности ускорений должны быть переписаны в соответствие со стандартами, принятыми в MSC. Patran (см. рис. 12).

```
$ Таблица PSD (diagonal of matrix) 20 ... 2000Гц
TABRND, 100, LOG, LINEAR,,,,,
+, 20, 0.03, 50, 0.04, 100, 0.06, 200, 0.12,
+, 500, 0.2, 1000, 0.2, 2000, 0.15, ENDT
```

Рис. 12. Спектральная плотность мощности ускорений (работа I ступени)

Каждое выбранное для анализа направление действия ускорения: X-dir., Y-dir. или Z-dir. (см. рис. 11) рассматривается алгоритмами программы как отдельный расчётный случай.

Если для нагружения используется одна и та же функция PSD ('envelope', см. раздел 8.1), то взаимная корреляция между ускорениями в разных направлениях отсутствует, и для вычисления отклика должна использоваться одна и та же таблица PSD (см. рис. 12). Чтобы алгоритмы программы это поняли, в таблице 5 представлена необходимая форма записи команды RANDPS.

Таблица 5

Команды для 'Random Analysis'

Ускорение	Случай нагружения	Номер таблицы PSD	MSC. Nastran
В направлении X	1	100	RANDPS,101,1,1,1,0,100
В направлении Y	2	100	RANDPS,101,2,2,1,0,100
В направлении Z	3	100	RANDPS,101,3,3,1,0,100

Распечатанные файлы 'Random.prn' можно увидеть в разделе 8.3.

4.1.2 Реакция в замках на случайное нагружение

Результаты проведённого случайного анализа показаны на рис. 13. В силу симметрии задачи, решения для каждого из восьми узлов идентичны. Наиболее опасным получилось осевое направление (X-dir, см. рис. 8)

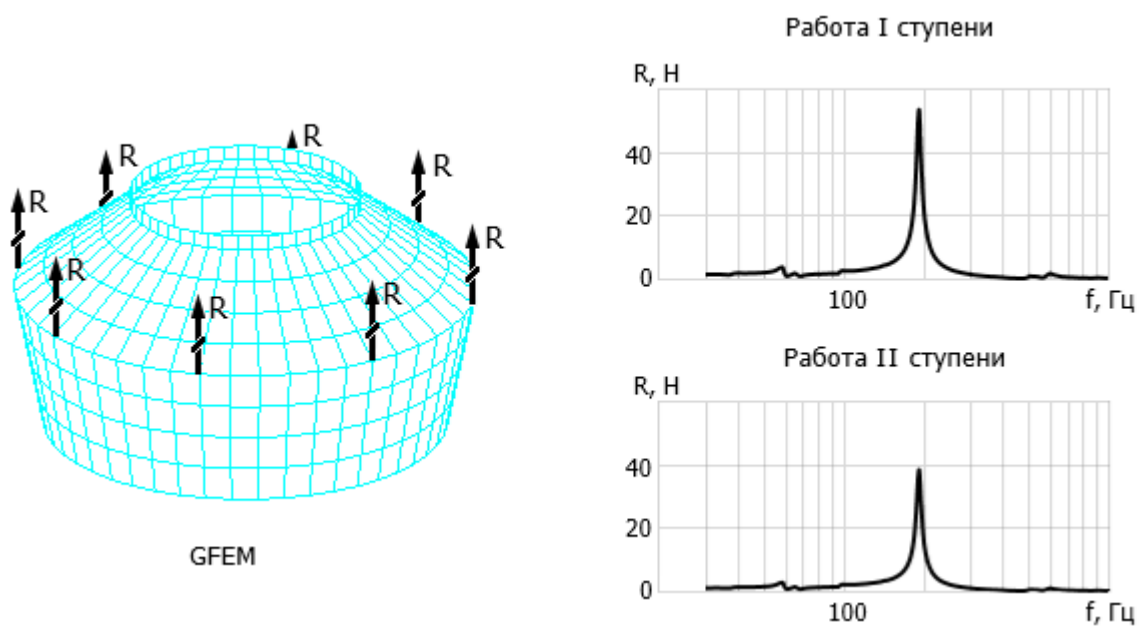


Рис. 13. АЧХ осевой силы (X-dir.) в местах установки замков

Обработка полученных функций АЧХ основана на вычислении спектральных моментов по общему соотношению:

$$M_i = \int_{-\infty}^{+\infty} |\omega|^i \cdot R(\omega) d\omega;$$

где $R(\omega)$ – амплитудный отклик конструкции на гармоническое воздействие с частотой ω (rad/c). Если принять $i = 0$, то момент M_0 будет дисперсией случайного процесса и значит стандартное отклонение:

$$R_{RMS} = \sqrt{M_0}$$

Если $i = 2$, то момент M_2 будет дисперсией скоростей случайного процесса, а при $i = 4$ момент M_4 – дисперсия ускорений, и тогда структуру случайного процесса ('irregular factor') можно будет вычислить по формуле:

$$I = \frac{M_2}{\sqrt{M_0 \cdot M_4}},$$

а эффективную частоту:

$$f_{eff} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{M_2}{M_0}}, \text{ Гц.}$$

Параметры R_{RMS} , I и f_{eff} необходимы для математического описания случайного процесса изменения нагрузок (напряжений) в частотной области.

Полученные значения представлены в таблице 1.

Таблица 1

Результаты обработки АЧХ (см. рис. 13)

Переменная	Обозначение	I ступень	II ступень
СКО, Н	R_{RMS}	1850	1320
Эффективная частота, Гц	f_{eff}	197	193
Структура случайного процесса	I	0.77	0.86
Количество циклов нагружения*	n	23640	19300

* – (n) вычислено для одного запуска на основании диаграммы, показанной на рис. 4.

Рассмотрим подробнее переменные в таблице выше и их последующее применение.

Стандартное отклонение (R_{RMS}) и эффективная частота (f_{eff}) определяют интенсивность нагружения конструкции (т.е. величину средней нагрузки за единицу времени).

Параметр структуры (I) определяет степень широкополосности действующего случайного процесса и дополняет описание интенсивности нагружения вероятностью появления положительных амплитуд за единицу времени.

Теоретически он может изменяться от нуля до единицы, и когда его значение приближается к 1.0 процесс нагружения конструкции становится 'регулярным' т.е. каждый цикл нагружения будет один раз пересекать ноль (или среднее – условный ноль), и ноль будет серединой (центром) относительно которого происходят колебания. Таким образом, нагружение становится схожим с гармоническим, но амплитуда каждого цикла не будет постоянной.

Частота появления в процессе нагружения амплитуды определенного уровня будет определяться законом распределения случайной величины. Если он известен, например, является нормальным, то параметры R_{RMS} , f_{eff} и I будут точно описывать случайный процесс изменения нагрузок(напряжений) в частотной области, и с их помощью можно классифицировать разные виды случайного нагружения, разделив их по уровню повреждения, точнее – по скорости накопления в конструкции усталостных повреждений за единицу времени.

Проведенные экспериментальные исследования, при которых конструкция нагружалась разными случайными процессами одинаковой интенсивности и одинаковой широкополосности показали, что минимальная долговечность всегда соответствовала действию узкополосного случайного процесса с гауссовским (нормальным) распределением амплитуд, а максимальная – гармоническому.

Поскольку для построения кривых усталости лабораторные образцы чаще всего испытывают именно при гармоническом нагружении, то с помощью параметров R_{RMS} , f_{eff} и I можно редуцировать полученное предельное состояния материала под действие реального процесса нагружения [1].

Точность метода тем выше, чем ближе будет I к единице.

Согласно Таблице 1, значение этого параметра получился равным примерно 0.8 и 0.9, что вполне достаточно для обоснования использования метода [1] при дальнейших вычислениях.

Если заранее известно, что вычисленная функция АЧХ (см. рис. 13) описывает распределение амплитуд случайного нагружения близкое к одному из известных законов распределения, то можно сразу перейти к вычислению запасов усталостной прочности.

Если полной уверенности в законе распределения нет, то можно по АЧХ построить временную реализацию (см. рис. 14), чтобы понять с каким именно случайным процессом придётся иметь дело.

Построенная временная реализация будет только одной из множества возможных, статистически полностью соответствующая заданным параметрам (см. таблицу 1), а поэтому для большей точности расчётов может потребоваться проведение натурных испытаний.

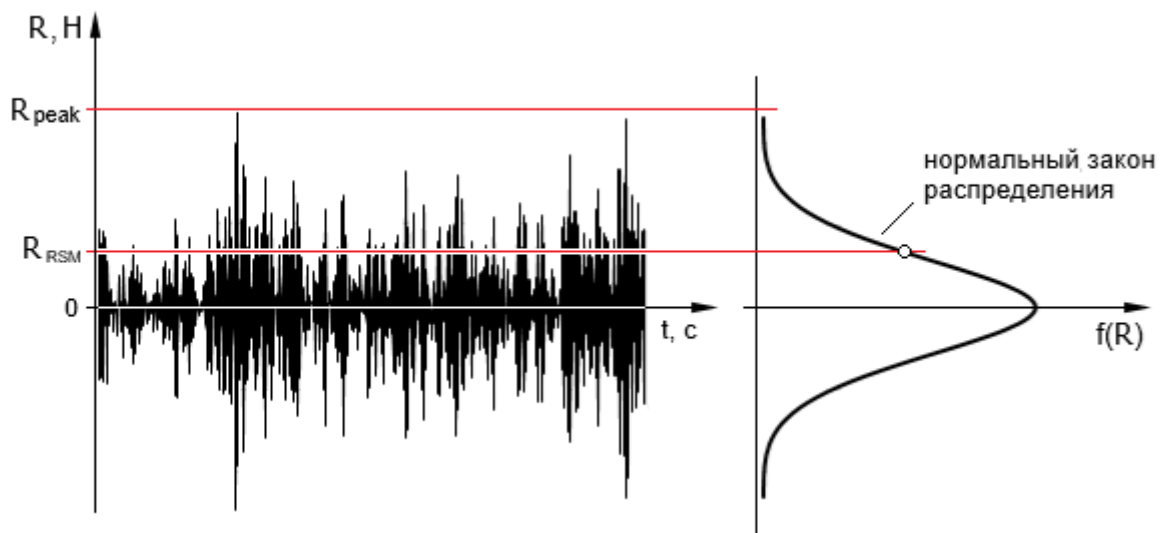


Рис. 14. Изменение нагружения по времени

В нашем случае полученный результат близок к узкополосному случайному процессу с нормальным распределением амплитуд.

Основываясь на законе нормального распределения, максимальное отклонение от R_{RMS} (пиковое значение амплитуды, см. рис. 14) можно вычислить по формуле:

$$R_{peak} = \pm t_q \cdot R_{RMS}$$

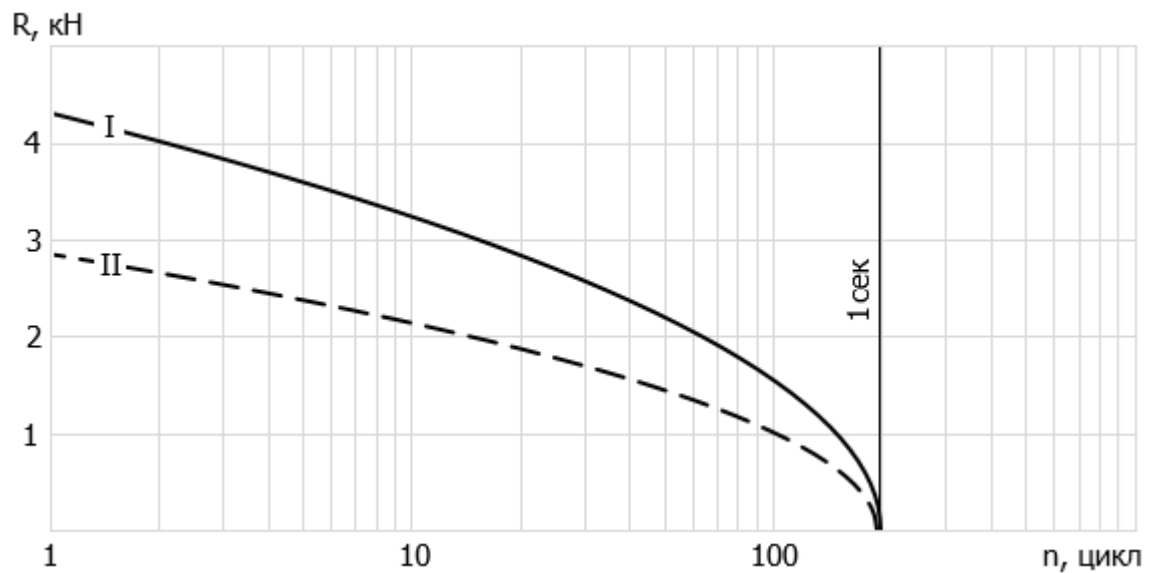
где t_q – квантиль нормального распределения.

Для вероятности $P = 0.001$:

$$R_a^{\text{peak}} = 3 \cdot 1850 = 5.9 \text{ kH} - \text{при работе I ступени}$$

$$R_a^{\text{peak}} = 3 \cdot 1320 = 3.960 \text{ kH} - \text{при работе II ступени}$$

Также можно построить амплитудный спектр наиболее вероятного нагружения замка при работе двигателей первой и второй ступени (закон распределения амплитуд нормальный, поэтому для построения необходимы только пиковое значение R_a^{peak} и общее количество циклов n).



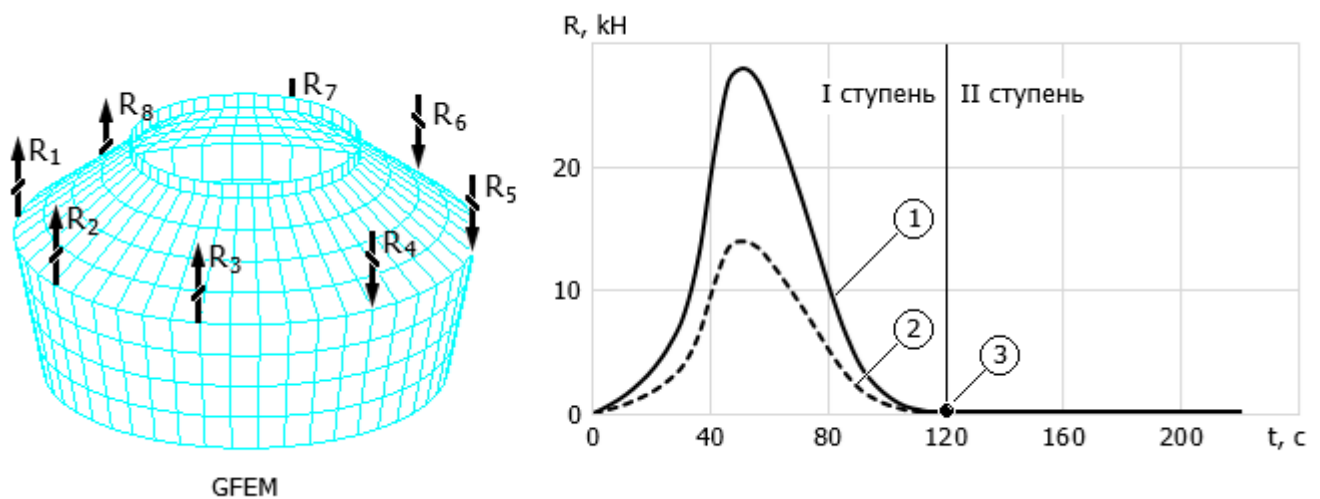
- I – работа первой ступени, 0...120с
- II – работа второй ступени, 120...220с

Рис. 15. Амплитудный спектр нагружения замка за 1сек.

4.1.3 Реакция в замках на аэродинамическое нагружение

Для определения реакций, возникающих в местах установки замков от действия аэродинамических нагрузок, GFEM нагружался комбинацией сил согласно диаграмме, представленной на рис. 4 (т.е. было смоделировано изменение момента M и осевой силы P в поперечном стыке). Это обычный статический расчёт при помощи MSC. Patran, поэтому подробности его выполнения здесь пропущены.

Результаты, в виде графиков изменения реакций в узлах, моделирующих установленные замки, показаны на рис. 16.



- 1 – изменение реакций R_1 и R_2 в течении полёта
- 2 – изменение реакций R_3 и R_8 в течении полёта
- 3 – момент срабатывания системы разделения ступеней

Рис. 16. Изменение аэродинамической нагрузки в местах установки замков

Все восемь замков одинаковые, поэтому для дальнейших расчётов выбирается тот, в котором растягивающая его сила получилась максимальной (кривая 1 на рис. 16).

Максимальная растягивающая сила в замке получилась примерно три тонны, т.е.

$$R_m^{\text{peak}} = 28.1 \text{ kN}$$

В четырёх оставшихся замках растягивающие нагрузки в течении полёта отсутствуют.

4.2 Результаты второго этапа расчёта

Результатом второго этапа расчёта стало получение распределений напряжений в корпусе замка под действием единичной нагрузки. Блок-схема выполнения этого этапа представлена на рис. 17, а полученные изолинии максимальных главных напряжений на рис. 18.

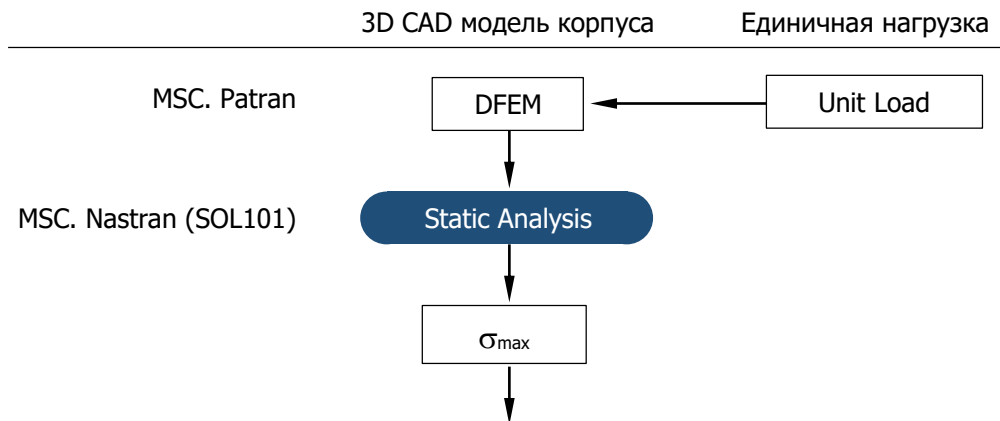


Рис. 17. Блок-схема второго этапа

Напряжения в опасных сечениях необходимо отмасштабировать, чтобы получить σ_m и σ_a . Для этого последовательно умножают напряжения от единичной нагрузки (см. рис. 18) на величину максимальных реакций R_a^{peak} и R_m^{peak} (см. рис. 15 и 16). Два полученных значения напряжений суммируются, чтобы выполнить две проверки.

Первая, полученная сумма сравнивается с пределом прочности материала из таблицы 4.

$$\sigma_m^{\text{max}} + \sigma_a^{\text{max}} < \sigma_B$$

При необходимости, можно дополнительно учесть наличие повышенной температуры и уменьшить σ_B .

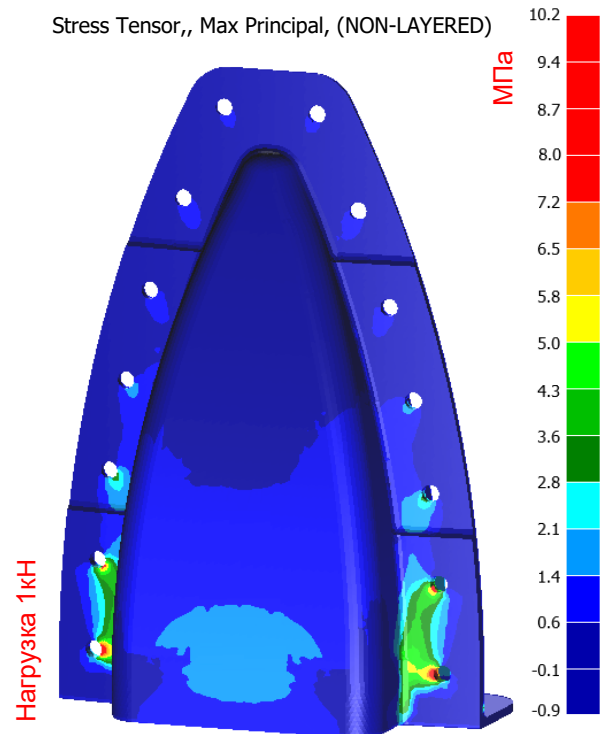


Рис. 18. Изолинии максимальных главных напряжений

Вторая проверка заключается в том, что не превышен предел пропорциональности материала*.

$$\sigma_m^{\max} + \sigma_a^{\max} < \sigma_T$$

Превышение не критично, но наличие остаточных напряжений в конструкции (т.н. 'residual strains') значительно усложняет выполнение дальнейших расчётов.

Полученный результат можно увидеть в таблице 3 (11-ый режим нагружения).

Еще одна, последняя проверка – убедиться в наличии или отсутствии амплитуд напряжений выше RFS** (Required Fatigue Strength).

* – многие материалы способны выдерживать кратковременные динамические нагрузки без повреждений, в то время как те же нагрузки, но приложенные статически, приводят к пластической деформации. Считается, что материал просто не успевает среагировать ('отыграть') такое воздействие. Консервативно будем продолжать сравнивать с пределом пропорциональности алюминиевого сплава (см. таблицу 4), т.к. разрабатываемая система является многоразовой, и значит такие кратковременные нагрузки будут регулярно повторяться.

** – не путать с 'Required Fatigue Strength', определяемым по EUWA E S 3.29.

5. Вычисление RFS и определение критичных по усталости мест

Если вернуться к структурной схеме на рис. 5, то видно, что при расчёте усталостной долговечности некоторые этапы выполняются параллельно, из-за чего при последовательном изложении методики, в какой-то момент может потребоваться переменная, которая уже необходима, но про которую ничего еще не было сказано.

В этом разделе будет описано вычисление RFS (Required Fatigue Strength), а объяснение части использованных методов будет дано только в дальнейшем. Логика пропадает, но это было сделано намерено, чтобы показать – уже выполненных расчётов и имеющихся экспериментальных данных может оказаться достаточно, чтобы сделать окончательный вывод и остановиться.

Это не простое сравнение уже полученных напряжений с пределом неограниченной выносливости материала из таблицы 4. У алюминиевых сплавов этот порог очень низкий, и такое сравнение просто ничего не покажет. Сравнивать необходимо с RFS, параметром, который объединяет требуемую долговечность, особенности случайного нагружения и усталостные свойства материала.

Корпус замка планируют изготавливать из алюминиевого сплава АМг6. Механические свойства сплава и результаты усталостных испытаний образцов представлены в приложении (см. раздел 8.6).

Полированные лабораторные образцы круглой формы, диаметром 7.5мм, при испытаниях нагружались гармонически чистым изгибом, поэтому необходимо перестроить экспериментальную кривую усталости так, чтобы она соответствовала случайному процессу нагружения, у которого коэффициент нерегулярности I близок к 1.0 (см. таблицу 1), закон распределения нормальный, а вероятность разрушения принимается равной 1% (подробнее о построении см. раздел 6.2).

Можно (но не обязательно) сразу учесть конструктивные различия между лабораторными образцами и рассчитываемым элементом конструкции (см. рис. 2). Для этого воспользуемся методикой, предложенной Меньшиковым С.Я. [2]. Согласно [2], K_σ получается равным 1.02, а коэффициент вариации $v_\sigma = 0.074$ (для расчёта использовалась программа PECURC 3.0). RFS вычисляется также этой программой.

RFS это уровень амплитуды действующих в конструкции напряжений σ_a , который за требуемое количество циклов нагружения n приведет к накоплению заданного повреждения D (например, 0.5) или к разрушению конструкции (если $D = 1.0$).

Применительно к случайному нагружению и амплитудным спектрам получается всего один параметр, который определяет минимально необходимый уровень усталостной прочности материала и максимальный уровень напряжений в конструкции, при которых может быть гарантирована требуемая долговечность (см. раздел 8.8).

Наиболее простой способ вычислить RFS показан на рис. 19. Он не учитывает форму амплитудного спектра, а только его длину и структуру случайного процесса (узкополосный с нормальным распределением). Поэтому может использоваться исключительно для консервативной оценки амплитуд максимальных напряжений.

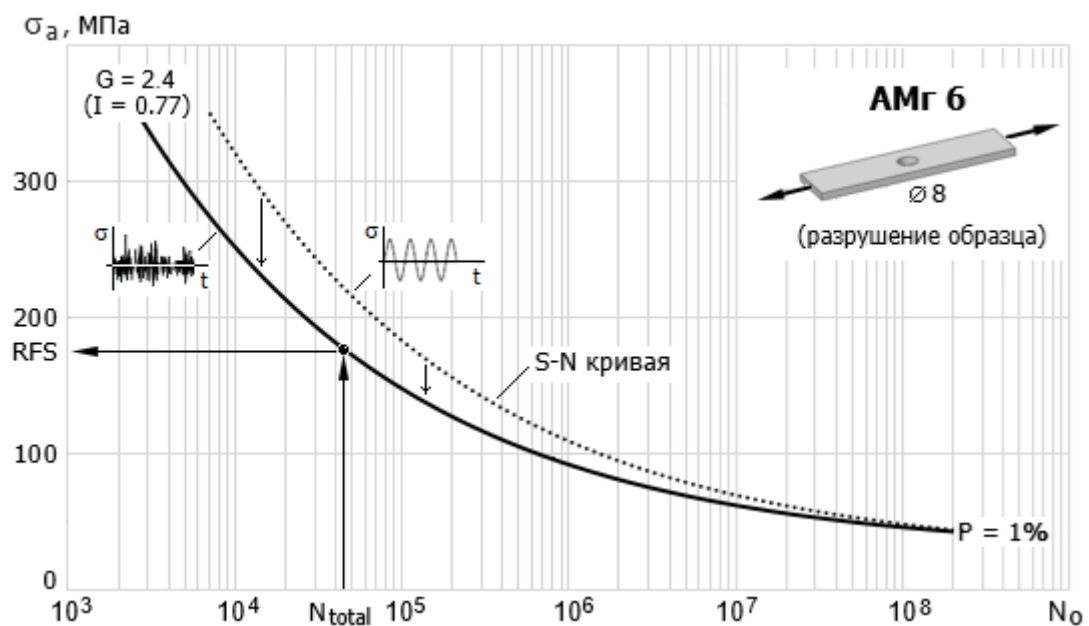


Рис. 19. Определение RFS

Для требуемой долговечности 42940 циклов (см. таблицу 1) $RFS_{0.01} = 165 \text{ МПа}^*$.

Это означает, что если по результатам выполненных расчётов амплитуды эквивалентных напряжений в элементах конструкции обтекателя, изготовленных из этого алюминиевого сплава, не превышают 165 МПа, то вычисление усталостной долговечности не требуется. Долговечность конструкции соответствует предъявленным требованиям.

* – RFS соответствует вероятности разрушения конструкции 1%, накопленное повреждение $D = n/N = 1.0$.

Чтобы выполнить последнюю проверку необходимо так же, как в разделе 4.2, взять максимальную амплитуду R_a^{peak} (см. раздел 4.1.2), максимальное R_m^{peak} (см. раздел 4.1.3) и вычислить эквивалентную амплитуду, по которой отмасштабировать напряжения в корпусе замка (т.е. добавить 'scale factor' к имеющимся результатам от единичной нагрузки).

На этой проверке уже нельзя просто сложить два полученных числа. Необходимо использовать одну из существующих теорий, позволяющую учесть т.н. 'the mean stress effect', т.е. наличие среднего напряжения при расчётах усталости.

В этой работе используется метод, описанный в разделе 6.3. Результат $\sigma_{\text{экв}}^{\text{peak}}$ для 11-ого режима нагружения, который соответствует максимальной эквивалентной амплитуде (см. таблицу 3) показан ниже*.

Когда эквивалентная амплитуда вычислена, нужно отмасштабировать напряжения в модели и погасить изолинии максимальных главных напряжений, которые ниже RFS.

Это позволит наглядно увидеть места в конструкции, где возможно появление усталостных трещин раньше требуемой долговечности, а значит, необходимо проведение дополнительных расчётов.

Как и предполагалось в самом начале, напряжения выше RFS оказались сконцентрированы в районе комбинированного стыка (см. рис. 20).

Других опасных мест расчёт не выявил.

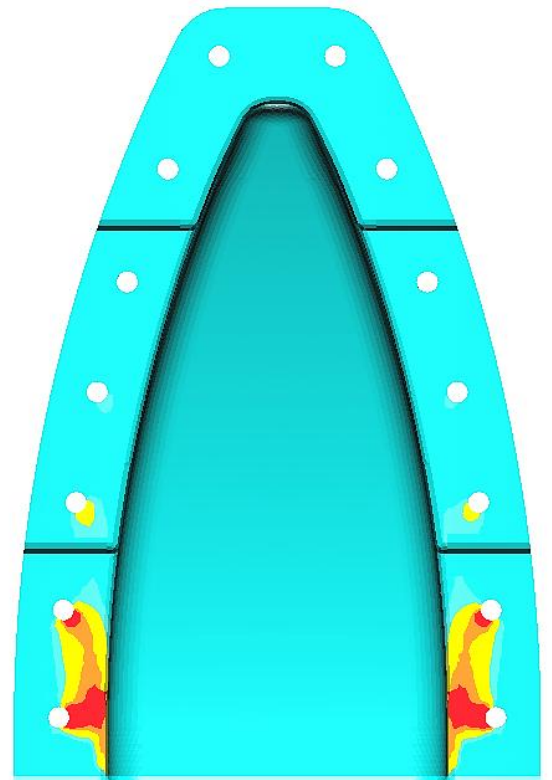


Рис. 20. Изолинии амплитуд максимальных главных напряжений выше RFS

$$* - \sigma_{\text{экв}}^{\text{peak}} = \sigma_a^{\text{max}} \cdot \left(1 + 0.141 \cdot \frac{\sigma_m}{\text{СКО}} \right) = 182 \text{ МПа}$$

6. Расчёт ресурса

6.1 Построение циклограммы усталостного нагружения

Еще раз повторимся, что случайная вибрация обтекателя, возникающая из-за работы двигательной установки, будет накладываться на аэродинамические нагрузки, вызванные прохождением ракетой плотных слоёв атмосферы. При этом, в каждый момент времени нагружающая обтекатель комбинация из сил и моментов будет различна.

Для статического анализа ракетных конструкций используется комбинация из нагрузок, которая потенциально может создать максимальный разрушающий эффект. Комбинируют максимальный изгибающий момент, максимальный скоростной напор, максимальную перегрузку и максимальный нагрев. Выбранные нагрузки не действуют одновременно, но результат расчёта будет консервативным, а спроектированный элемент сможет выдержать любые их возможные комбинации. При оценке усталости подобное допущение является неприемлемым.

Аэродинамические и вибрационные нагрузки необходимо скомбинировать, учитывая одновременность их действия.

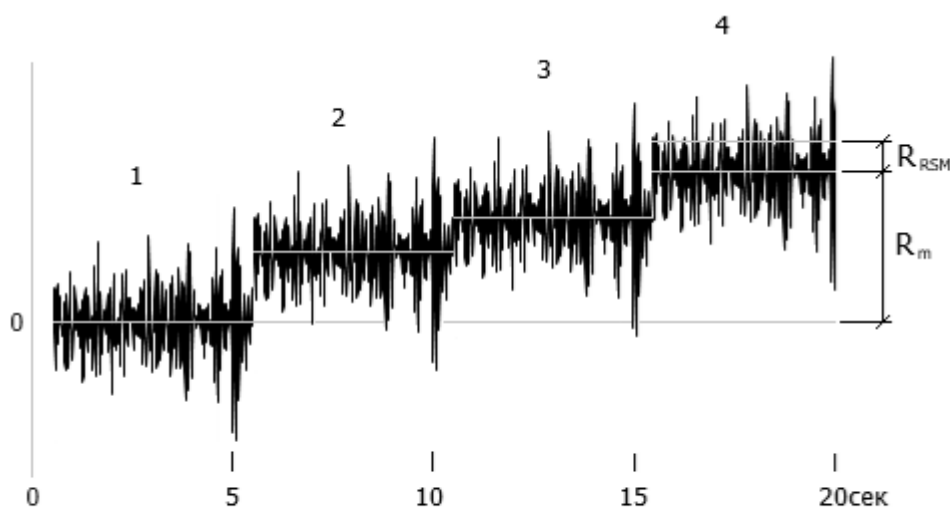
В соответствие с рис. 16 аэродинамические нагрузки, создающие растягивающие усилия в рассматриваемом элементе конструкции, непостоянны в процессе полёта, а изменяются от нулевого значения до максимального, примерно к 50 секунде, и затем полностью исчезают к концу работы первой ступени (т.е. на 110 секунде).

Частота (точнее скорость) их изменения на три порядка меньше, чем эффективная частота случайной вибрации, и при этом элементы конструкции не получают дополнительного ускорения, как при вибрации. Это позволяет считать аэродинамические нагрузки квазистатическими (т.е. примерно постоянными в течении нескольких секунд), и создающими статическое смещение напряжений (асимметрию), на которое накладывается вибрационное нагружение.

С учётом этого допущения, процесс совместного нагружения обтекателя аэродинамическими и вибрационными нагрузками в течении 214 секунд полёта можно описать дискретной суммой стационарных отрезков, статистические параметры каждого из которых постоянны.

Постоянными в течении какого-то малого промежутка времени должны быть: математическое ожидание процесса R_m , его структура I и стандартное отклонение R_{RMS} .

Такой стационарный участок принято называть 'режимом нагружения', и пример его построения показан на рис. 21 (на усреднённую в течении 5 секунд аэродинамическую нагрузку, накладывается случайная вибрация).



1, 2, 3, 4 – стационарные режимы нагружения

Рис. 21. Комбинирование аэродинамических и случайных нагрузок

Циклограмма усталостного нагружения замка при работе I ступени будет состоять из 23 режимов и показана на рис. 22.

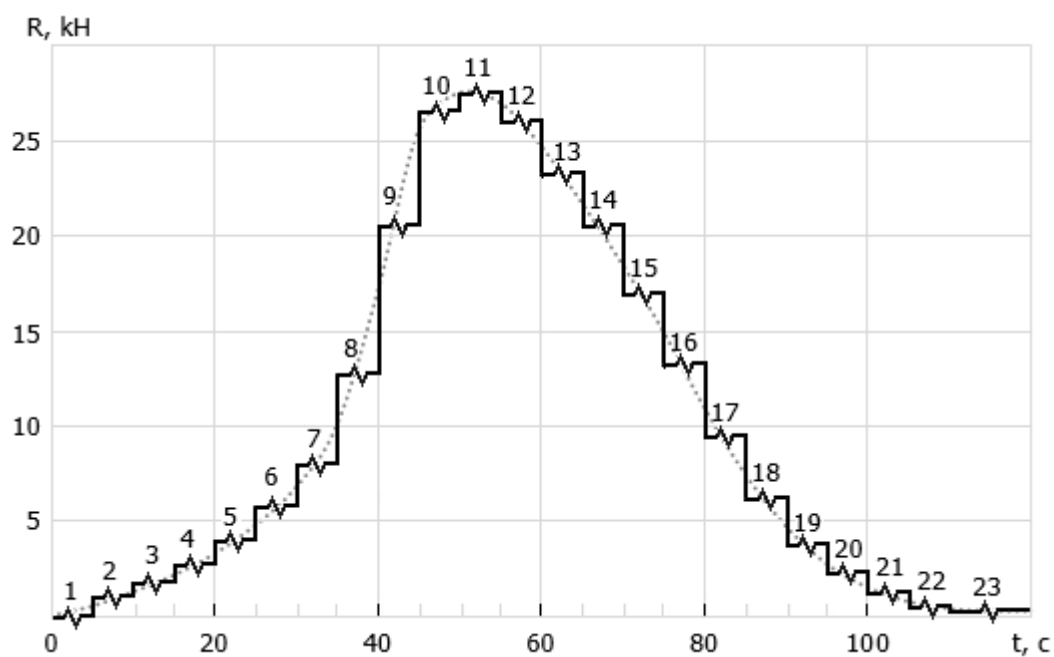


Рис. 22. Циклограмма усталостного нагружения замка при работе I ступени

Учитывая, что долговечность конструкции не зависит от последовательности режимов нагружения, если не происходит пластического деформирования (т.е. превышения σ_T на одном из режимов), то режимы можно отсортировать по уровню нагружения и сократить их количество за счёт укрупнения. Это возможно, когда разница в значениях R_m у двух режимов отсутствует или незначительна (например, можно объединить режимы 1 - 23 и 9 - 14).

Во время работы II ступени аэродинамические нагрузки отсутствуют, и действующий случайный процесс усталостного нагружения замка можно считать центрированным (т.е. без асимметрии, см. рис. 23), и который однозначно описывается параметрами R_{RMS} , f_{eff} и I .

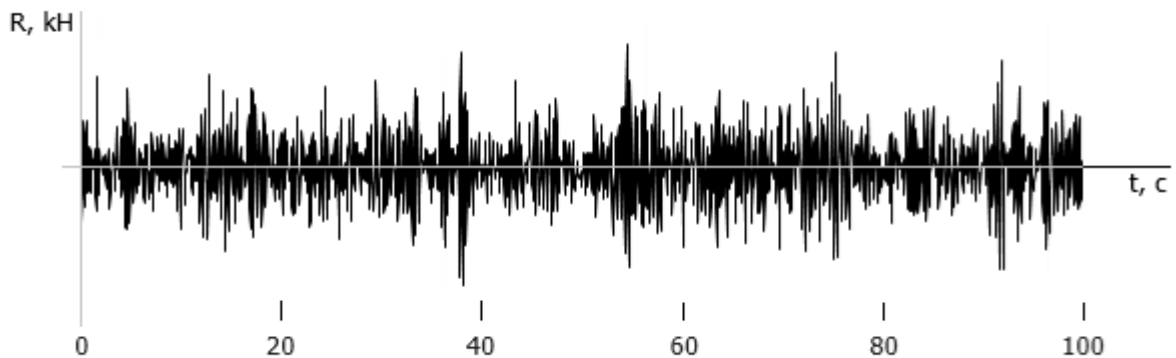


Рис. 23. Случайное нагружение замка при работе II ступени

Полная циклограмма усталостного нагружения замка до момента отделения обтекателя от ракеты будет состоять из двух блоков и приведена в таблице 2.

Таблица 2

Циклограмма усталостного нагружения корпуса замка

Режим нагружения	R_m , кН	R_{RMS} , кН	f_{eff} , Гц	I	Δt , сек	n, цикл
Работа I ступени (первый блок нагружения)						
1	–	1.85	197	0.77	5	985
2	1.0	1.85	197	0.77	5	985
3	1.8	1.85	197	0.77	5	985
4	2.8	1.85	197	0.77	5	985
5	4.1	1.85	197	0.77	5	985
6	5.9	1.85	197	0.77	5	985
7	8.2	1.85	197	0.77	5	985
8	13.0	1.85	197	0.77	5	985
9	20.9	1.85	197	0.77	5	985
10	27.0	1.85	197	0.77	5	985
11	28.1	1.85	197	0.77	5	985
12	26.5	1.85	197	0.77	5	985
13	23.7	1.85	197	0.77	5	985
14	20.9	1.85	197	0.77	5	985
15	17.3	1.85	197	0.77	5	985
16	13.5	1.85	197	0.77	5	985
17	9.7	1.85	197	0.77	5	985
18	6.4	1.85	197	0.77	5	985
19	3.8	1.85	197	0.77	5	985
20	2.3	1.85	197	0.77	5	985
21	1.3	1.85	197	0.77	5	985
22	0.5	1.85	197	0.77	5	985
23	–	1.85	197	0.77	10	1970
Работа II ступени (второй блок нагружения)						
24	–	1.32	193	0.86	94	18142
total					214	41782

6.2 Предельное состояние материала при случайном нагружении

Предельное состояние материала определяет кривая усталости. Лабораторные образцы или элементы конструкции для её построения при испытаниях принято нагружать гармонически, например, изгибом.

В данной задаче необходимо оценить накопленные повреждения от действия случайного процесса нагружения, т.е. очевидно, что напряжения в конструкции обтекателя при старте и полёте ракеты будут изменяться от нуля до максимального значения согласно случайному закону, а не гармонически. Если для вычисления повреждений использовать прямое сопоставление амплитуд двух процессов (случайного и гармонического), то это может дать излишне оптимистичный прогноз по долговечности и не гарантирует полной надёжности.

Теория, которая будет дальше использоваться для расчёта, не является традиционной и разрабатывалась для определения предельного состояния легких сплавов (алюминий, магний...) при случайном нагружении [1].

В её основе лежат четыре числовые характеристики случайного процесса, определяющие как интенсивность нагружения материала, так и структуру процесса с точки зрения её влияния на усталостную долговечность. В качестве таких характеристик приняли:

- σ_m – математическое ожидание (среднее значение), характеризующее статическое смещение напряжений;
- СКО – стандартное отклонение напряжений, характеризующее интенсивность нагружения;
- N_0 – число пересечений нулевого уровня центрированным процессом с заданным знаком производной, характеризующее долговечность;
- G – критерий, отражающий вероятностную структуру процесса нагружения.

Из четырёх только параметр G требует пояснений. Это интегральная характеристика повреждающей части процесса нагружения, подробно её описание можно найти в [1], и чтобы не усложнять статью формулами, здесь описание будет опущено. Вычисление G осуществляется программой и основано на знании коэффициента структуры случайного процесса I (см. раздел 4.1.2) и функции Лапласа.

Для того, чтобы с помощью этих характеристик описать предельное по усталости состояние материала при действии случайных процессов нагружения, требуется связать уравнениями уже не два традиционных параметра: σ_a и $\lg N$, а четыре. Входными данными будут служить значения математического ожидания σ_m , СКО и критерий структуры G , а выходным параметром, характеризующим повреждаемость, будет служить число циклов N_0 или $\lg N_0$.

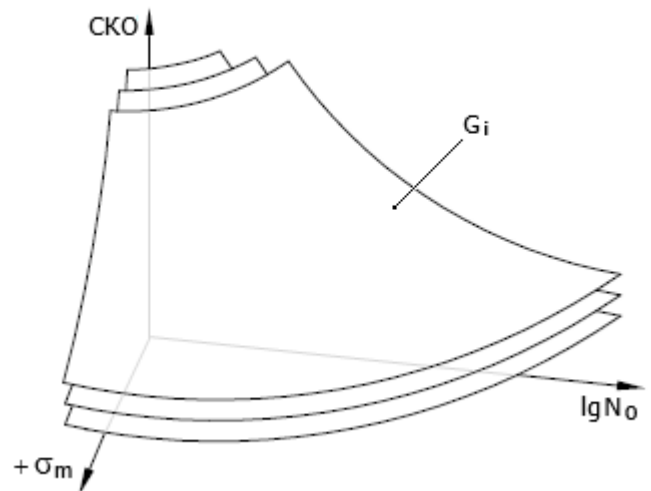


Рис. 24. Поверхности усталости материала

Чтобы представить это графически, было предложено трёхмерное пространство $\sigma_m - \text{СКО} - \lg N_0$, характеризующее положение поверхности усталости в зависимости от каких-либо случайных процессов одной структуры G . Каждой структуре процесса G будет соответствовать своя поверхность усталости (см. рис. 24).

На практике все гораздо проще, никакие поверхности усталости строить не нужно. Весь процесс алгоритмизирован и существующие программы, например, 'РЕСУРС' вычисляют предельное состояние автоматически.

Алгоритмы программы оперируют задаваемыми переменными, и чтобы не ошибаться в них коротко опишем особенности этой методики.

Все начинается с описания результатов усталостных испытаний образцов под действием центрированных случайных процессов нагружения (т.е. $\sigma_m = 0$, и решается плоская задача в координатах $\text{СКО} - \lg N_0$ при различных параметрах G , см. рис. 24).

Для описания результатов испытаний образцов при случайном нагружении было предложено два уравнения с порогом чувствительности S_0^* .

* – использование уравнений с порогом чувствительности для алюминиевых сплавов более предпочтительно, так как в отличие от сталей отсутствие горизонтального участка на кривой усталости у них выражено явно, а использование двухпараметрической кривой (bi-parametric Wöhler curve), т.е. с точкой 'перелома', дает абсолютно одинаковый результат.

Первое уравнение, математически описывает результаты усталостных испытаний, используя закон нормального распределения логарифмов долговечности:

$$\lg N_i = A_h - B \cdot \lg \left[\frac{G_0 - G_h}{G_0 - G_i} (CKO_i - s_o) \right] \pm tq \cdot \frac{1}{Q_i} \cdot s_{\lg Ni}; \quad (1)$$

$$Q_i = \left(\frac{G_0 - G_h}{G_0 - G_i} \right)^{\frac{B}{2}}$$

где:

A_h и B – постоянные усталостных свойств алюминиевого сплава;

tq – квантиль распределения Стьюдента, определяемый через требуемую вероятность и число имеющихся экспериментальных данных;

$s_{\lg Ni}$ – СКО долговечности на уровне σ_i (величина не постоянная, зависит от базовой долговечности);

s_o – предел неограниченной выносливости при произвольном нагружении, характеризующий такую интенсивность процесса нагружения, при которой разрушение произойдет при $N_0 \rightarrow \infty$.

Второе, описывает те же результаты, но предполагает нормальное распределение пределов ограниченной выносливости v_σ :

$$\lg N_i = A_h - B \cdot \lg \left[\frac{G_0 - G_h}{G_0 - G_i} \left(\frac{Q_i}{Q_i \pm tq \cdot v_\sigma} CKO_i - s_o \right) \right], \quad (2)$$

$$v_\sigma = \frac{s_\sigma}{\sigma_{mh}} = \text{const},$$

где: s_σ – СКО предела ограниченной выносливости;

σ_{mh} – математическое ожидание предела ограниченной выносливости при гармоническом нагружении.

Оба уравнения хорошо описывают данные экспериментальных исследований образцов, но каждое в своём диапазоне долговечностей. С их помощью можно строить диаграмму усталости и определять предельное состояние материала при гармоническом, случайном, полигармоническом с близкими частотами и смешанном нагружениях с заданной вероятностью неразрушения, и отказаться от использования сложных методов схематизации и упрощения действующих случайных процессов (см. раздел 8.7 и 8.9).

Здесь нужно сделать небольшое отступление, чтобы в дальнейшем при использовании уравнений (1) и (2) не ошибаться в самых простых вещах.

6.2.1 СКО vs. Амплитудный спектр нагружения

Интенсивность случайного процесса изменения напряжений в конструкции может быть описана с использованием стандартного отклонения (СКО) или амплитудного спектра. Соответственно, расчёт накопленных повреждений может быть выполнен как через СКО, так и с помощью амплитудного спектра (см. раздел 8.8). При нормальном распределении амплитуд напряжений конечный результат (т.е. вычисленное повреждение) будет практически одинаковым. Но в первом случае используемая кривая усталости должна быть построена (или перестроена) так, чтобы по оси ординат было СКО процесса нагружения, во втором – амплитуда.

Подавляющее большинство кривых усталости построено именно в амплитудах, как и кривая усталости для сплава АМгб (см. раздел 8.6). Поэтому перепишем уравнения (1) и (2) через амплитуды и рассмотрим переменные подробнее:

$$\lg N_i = A_h - B \cdot \lg \left[\frac{G_0 - G_h}{G_0 - G_i} \left(\frac{Q_i}{Q_i \pm tq \cdot v_\sigma} \sigma_{ai} - \sigma_{-1} \right) \right] \quad (3)$$

$$\lg N_i = A_h - B \cdot \lg \left[\frac{G_0 - G_h}{G_0 - G_i} (\sigma_{ai} - \sigma_{-1}) \right] \pm tq \cdot \frac{1}{Q_i} \cdot s_{\lg N_i} \quad (4)$$

В уравнениях (3) и (4) постоянные параметры кривой A , B , v_σ и σ_{-1} берутся непосредственно с рис. 34. Параметр $G_h = \sqrt{2}$, G_0 лежит в диапазоне 3.8...4.3 и обычно принимается равным 4.0, а G_i вычисляется программой 'РЕСУРС' основываясь на параметре I (см. раздел 4.1.2)*.

Используемое программное обеспечение (РЕСУРС 3.0) имеет возможность проводить вычисления любым из двух способов: при помощи СКО или по амплитудному спектру. Чисто субъективно, предпочтение было отдано первому. Хотя вычисление и производится компьютером, но при использовании СКО совершаемых операций будет намного меньше.

Выбор этого метода означает, что экспериментальную кривую усталости (см. рис. 34) необходимо будет перестроить (см. рис. 38).

* – желательно также скорректировать экспериментальную кривую усталости, дополнив уравнения коэффициентом K_σ , чтобы учесть разницу между лабораторным образцом и рассчитываемым элементом (см. [2]).

Повторимся, и первое и второе уравнения используются только если случайный процесс изменения напряжений в конструкции является центрированным относительно нуля. Поэтому, после подставки всех переменных, уравнения можно будет использовать только для расчёта долговечности корпуса замка при работе II ступени (см. рис. 23).

Во время работы I ступени ракеты процесс нагружения не является центрированным из-за совместного действия аэродинамических и вибрационных нагрузок (см. рис. 22).

6.3 Учёт асимметрии процесса нагружения

При совместном действии статических и динамических нагрузок должно быть учтено наличие асимметрии нагружения ('the mean stress effect'). Применительно к описываемой методике это значит, что к полученному в плоскости (СКО – $\lg N_0$) решению необходимо 'добавить' третью координату σ_m (см. рис. 24 и 25).

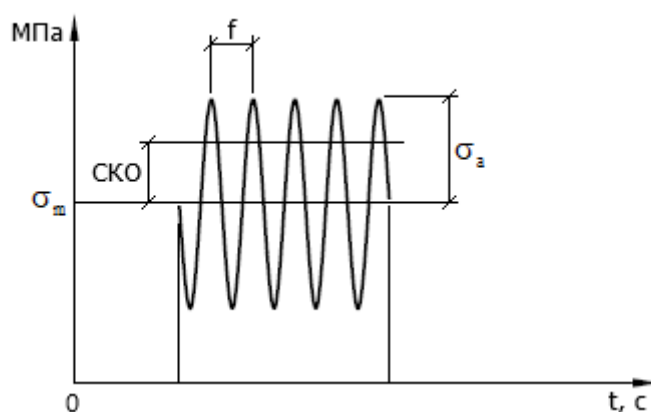


Рис. 25. Учёт асимметрии нагружения

В настоящее время в качестве показателя асимметрии нагружения для алюминиевых сплавов наиболее предпочтительным является выражение:

$$\mu = \frac{\sigma_m}{\text{СКО}},$$

с помощью которого пересчитывают значения СКО напряжений перед их подстановкой в уравнения кривой усталости (1) и (2):

$$S_{\text{экв}} = (1 + \psi_{\sigma} \cdot \mu) \cdot \text{СКО}, \quad (5)$$

где ψ_σ – коэффициент, учитывающий влияние ненулевого σ_m на долговечность. Этот коэффициент не является постоянным, он максимален, когда амплитуда напряжений σ_a близка к пределу пропорциональности материала, и минимален, когда уровень напряжений близок к σ_{-1} , т.е. является функцией: уровень действующих напряжений vs. усталостные свойства материала.

Анализ большого количества экспериментальных данных, проведённых в КБ им. Макеева (г. Миасс), показал, что для алюминиевых сплавов в заданных интервалах долговечности коэффициент ψ_σ можно считать постоянным и не зависящим от структуры случайного процесса (что особенно актуально при случайном нагружении).

В диапазоне долговечностей $\lg N_0 \leq 5.5$ коэффициент остаётся величиной мало изменяемой и равной 0.269, в диапазоне $\lg N_0 \geq 6$ ψ_σ также постоянен и равен 0.141, а в диапазоне $5.5 \leq \lg N_0 \leq 6$ его можно принять равным 0.205*.

Первоначально программа 'РЕСУРС' производит расчёт долговечности по формуле (1) для $\psi_\sigma = 0.269$ и полученное значение последовательно пересчитывается, если оно не попало в заданный интервал. Затем то же самое делается по формуле (2). Из двух полученных значений долговечности выбирается минимальное, если заданная вероятность разрушения меньше 0.5, и максимальное в случае $P > 0.5$.

Наибольшей точности при использовании уравнения (5) удаётся добиться если рассчитывается долговечность алюминиевых конструкций по моменту появления трещины в диапазоне от 10^5 до 10^7 циклов, при меньшей долговечности точность снижается, и становится предпочтительным использование альтернативных методов вычисления $\sigma_{\text{экв}}$: SWT, Gerber criterion, ...

* – при расчётах долговечности с использованием амплитудных спектров $\sigma_{\text{экв}} = (1 + \psi_\sigma \cdot \mu) \cdot \sigma_a$, где $\mu = \sqrt{2} \cdot \sigma_m / \sigma_a$

6.4 Вычисление накопленных повреждений

Опасные с усталостной точки зрения места показаны на рис. 20 и подробнее на рис. 26. Критичным оказалось соединение корпуса замка с композитными створками в районе крайних крепежей (#1 и #2). Других опасных мест в конструкции замка, которые бы потребовали дополнительного анализа, расчёт не выявил.

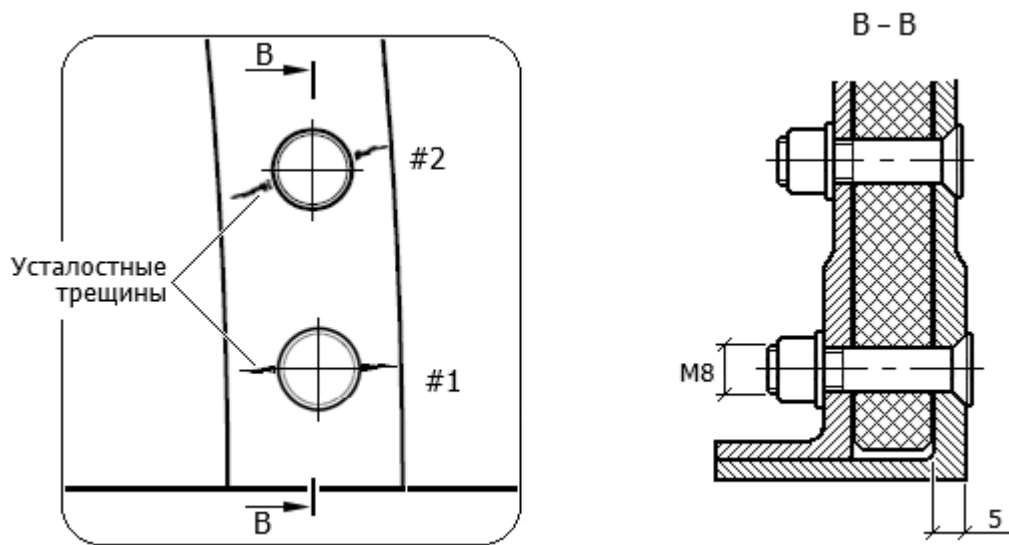


Рис. 26. Усталостные трещины рядом с крайним крепежом

Используя циклограмму усталостного нагружения корпуса замка (см. таблицу 2) пересчитаем силы в напряжения, действующие в опасном сечении #1: σ_m и σ_a (см. таблицу 3), и вычислим для каждого режима нагружения максимально возможное количество циклов до разрушения N_i при заданной вероятности 1% (см. раздел 6.1 и 6.2).

Вычисление накопленных повреждений и оценка усталостной долговечности будет осуществляться по, предложенной в 1924 году Пальмгренем, линейной гипотезе без корректировок:

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = 1;$$

где: n_i – число пересечений уровня математического ожидания, с заданным знаком производной, процессом нагружения с параметрами σ_a и μ ;

N_i – предельная долговечность при тех же исходных параметрах процесса нагружения;

k – количество режимов нагружения.

Вычисление накопленных повреждений осуществляется компьютерной программой 'РЕСУРС'.

Итоговые результаты отображены в таблице 3, где по каждому режиму нагружения представлены все использованные переменные и результаты промежуточных вычислений.

Таблица 3

Вычисление накопленных повреждений

№	σ_m , МПа	СКО, МПа	$S_{экв}$, МПа	n, цикл	G_i	Вероятность разрушения	$\Sigma(n/N)$
1	0.0	19.4	19.4	985	2.40	0.01	5.19E-07
2	10.2	19.4	20.8	985	2.40	0.01	1.65E-06
3	18.4	19.4	22.0	985	2.40	0.01	3.52E-06
4	28.6	19.4	23.4	985	2.40	0.01	7.25E-06
5	41.8	19.4	25.3	985	2.40	0.01	1.60E-05
6	60.2	19.4	27.9	985	2.40	0.01	3.80E-05
7	83.6	19.4	31.2	985	2.40	0.01	9.00E-05
8	132.6	19.4	38.1	985	2.40	0.01	3.39E-04
9	213.2	19.4	63.1	985	2.40	0.01	5.03E-03
10	275.4	19.4	75.8	985	2.40	0.01	1.18E-02
11	286.6	19.4	78.1	985	2.40	0.01	1.35E-02
12	270.3	19.4	74.8	985	2.40	0.01	1.11E-02
13	241.7	19.4	68.9	985	2.40	0.01	7.62E-03
14	213.2	19.4	63.1	985	2.40	0.01	5.03E-03
15	176.5	19.4	44.3	985	2.40	0.01	8.16E-04
16	137.7	19.4	38.8	985	2.40	0.01	3.78E-04
17	98.9	19.4	33.3	985	2.40	0.01	1.42E-04
18	65.3	19.4	28.6	985	2.40	0.01	4.65E-05
19	38.8	19.4	24.8	985	2.40	0.01	1.32E-05
20	23.5	19.4	22.7	985	2.40	0.01	5.15E-06
21	13.3	19.4	21.2	985	2.40	0.01	2.16E-06
22	5.1	19.4	20.1	985	2.40	0.01	9.68E-07
23	0.0	19.4	19.4	1970	2.40	0.01	1.04E-06
24	0.0	14.2	14.2	18142	2.3	0.01	4.36E-07
						Итого	0.05

Наглядно алгоритм вычисления накопленных повреждений показан на рис. 27 на примере 11-го режима нагружения (см. таблицу 3).

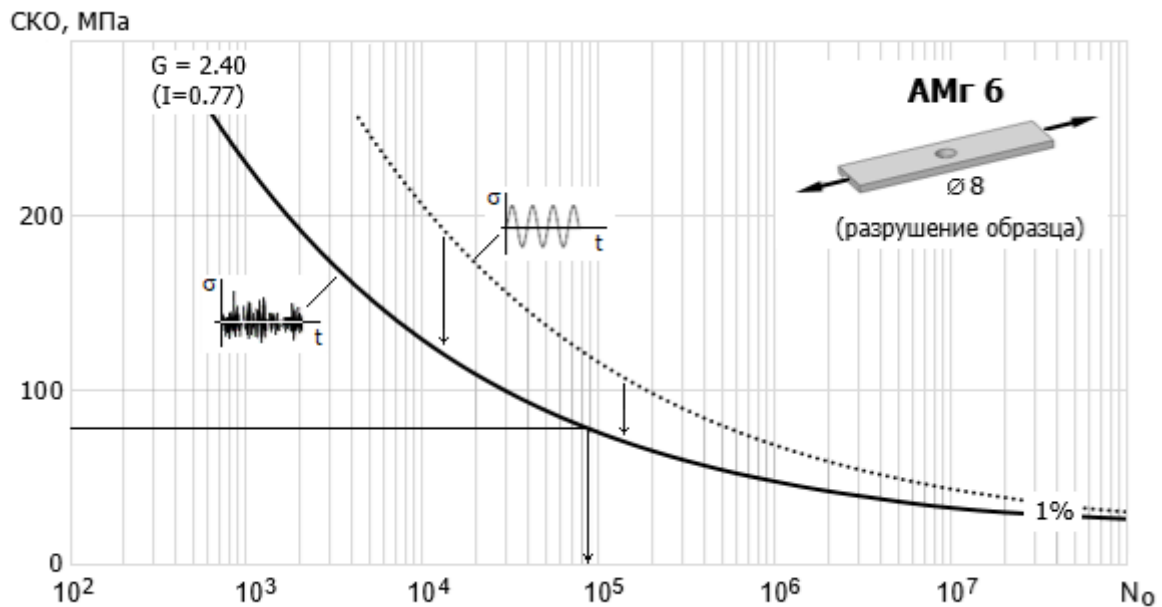


Рис. 27. Вычисление накопленных повреждений при работе II ступени

Накопленное за время работы двух ступеней повреждение составило:

$$D = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = 0.05 ,$$

что объективно является большим запасом по усталостной прочности.

При проектировании закладывалась возможность многократного использования створок обтекателя, и полученный запас показывает допустимость их использования до 20 раз*.

* – желательно также выполнить т.н. 'FailSafe' анализ. Для чего необходимо удалить из DFEM модели (см. рис. 9) крайний крепеж и смоделировать наличие видимых трещин в местах его установки (см. рис. 2). Если расчёт покажет, что получившееся перераспределение напряжений позволяет совершить минимум один запуск, то это будет дополнительным показателем надежности спроектированной системы.

7. Результаты расчёта и заключение

Проведённый анализ показал, что наличие широкополосной вибрации от работы маршевых двигателей и воздействия акустических волн не является критичным для спроектированной системы крепления обтекателя к корпусу ракеты.

Расчёт не учитывает процессы, возникающие при срабатывании пиротехнических систем разделения ступеней, но это тема рассмотрена в другой статье.

Несмотря на большой запас прочности, есть нюанс, связанный с испытаниями реальной конструкции. Их рекомендуется проводить с дополнительным коэффициентом, увеличивающим спектральную плотность виброускорений в 2.25 раз.

Двукратное увеличение спектральной плотности приведёт к увеличению вероятного пикового значения амплитуды с 5.9 до 9кН (см. рис. 15), и значит напряжений σ_a^{peak} с 60.2 до 90МПа. Если испытания будут совмещёнными (вибрация + статика), то это может привести, если не к одномоментному разрушению корпуса замка при моделировании максимальных изгибающих моментов, то к его пластической деформации.

Вероятнее всего, что напряжения в алюминиевом фланце будут меньше из-за наличия титанового болта, который за счёт своей посадки в отверстии должен значительно уменьшить степень концентрации напряжений в этом месте, но отсутствие результатов испытаний на усталость композитных болтовых соединений не позволяет сделать более или менее точную оценку.

Если проведение лабораторных испытаний образцов не планируется, а предусмотрены только натурные испытания готовых отсеков или их макетов, то конструкцию замка в этом месте желательно усилить, увеличив диаметр крепежа и толщину фланца.

Список литературы

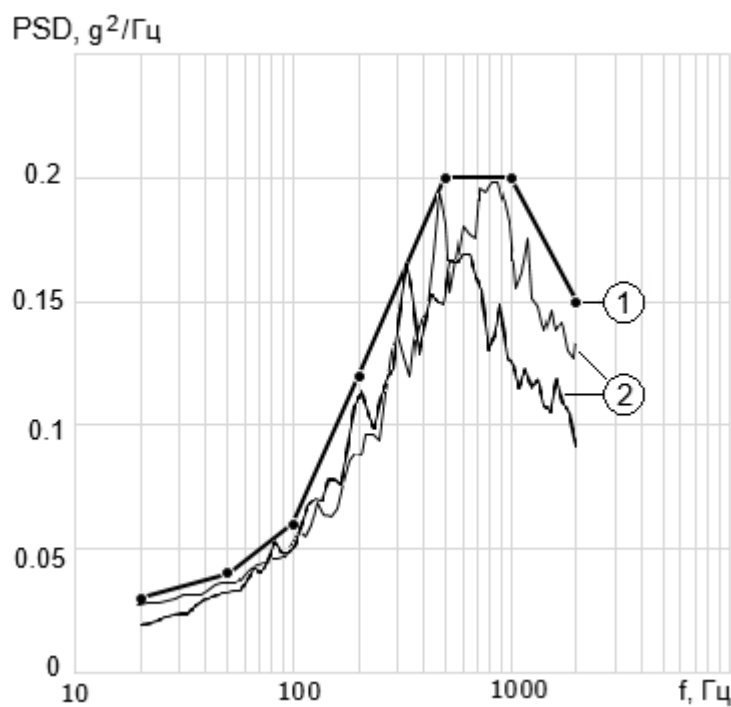
1. Гриненко Н.И., Шефер Л.А. Спектральный метод оценки усталостной долговечности при действии случайных нагрузок // Проблемы прочности. 1976. -№1. - с. 19-22.
2. Меньшиков С.Я. Вероятностный метод расчёта характеристик сопротивления усталости элементов конструкций: Автореф. дис. канд. техн. наук – Челябинск, 1989. – 16с.

8. Приложение

8.1 Преобразование экспериментальных данных в кривые спектральной плотности мощности

Данные о вибрации получают при помощи датчиков ускорений во время полёта или натурных испытаний. Если возможно, то уровни PSD ускорений измеряют отдельно в двух или трёх ортогональных направлениях (кривые 2 на рис. 28).

Если нет необходимости в получении точных, коррелированных данных по каждому направлению, то принято вычислять консервативный, общий уровень PSD для выбранной зоны (т.н. 'envelope'), в нашем случае для зоны переходного отсека. Построенная кривая PSD (кривая 1 на рис. 28) будет описывать максимально возможное нагружение конструкции в каждом направлении (т.е. в любом из трёх направлений уровень PSD не превысит заданный).



- 1 — общий уровень PSD ускорений при работе I ступени
- 2 — экспериментальные данные в осевом и радиальном направлениях

Рис. 28. Спектральная плотность мощности ускорений

При случайном анализе, если используется 'envelope' PSD, нагружение должно прикладываться в трёх ортогональных направлениях, а для заключения выбираться наихудший из получившихся вариантов.

8.2 Нагружение обтекателя (динамическое и квазистатическое)

Действующие на уровне поперечного стыка продольная сила (P) и изгибающий момент (M) гораздо больше чем те, что заданы в качестве параметров нагружения на рис. 4. Они не включают влияние полезной нагрузки и системы управления, которые из-за своих инерционных характеристик создают в этом сечении дополнительный изгибающий момент и дополнительную осевую силу (см. рис. 29), но эти силы не догружают элементы крепления обтекателя.

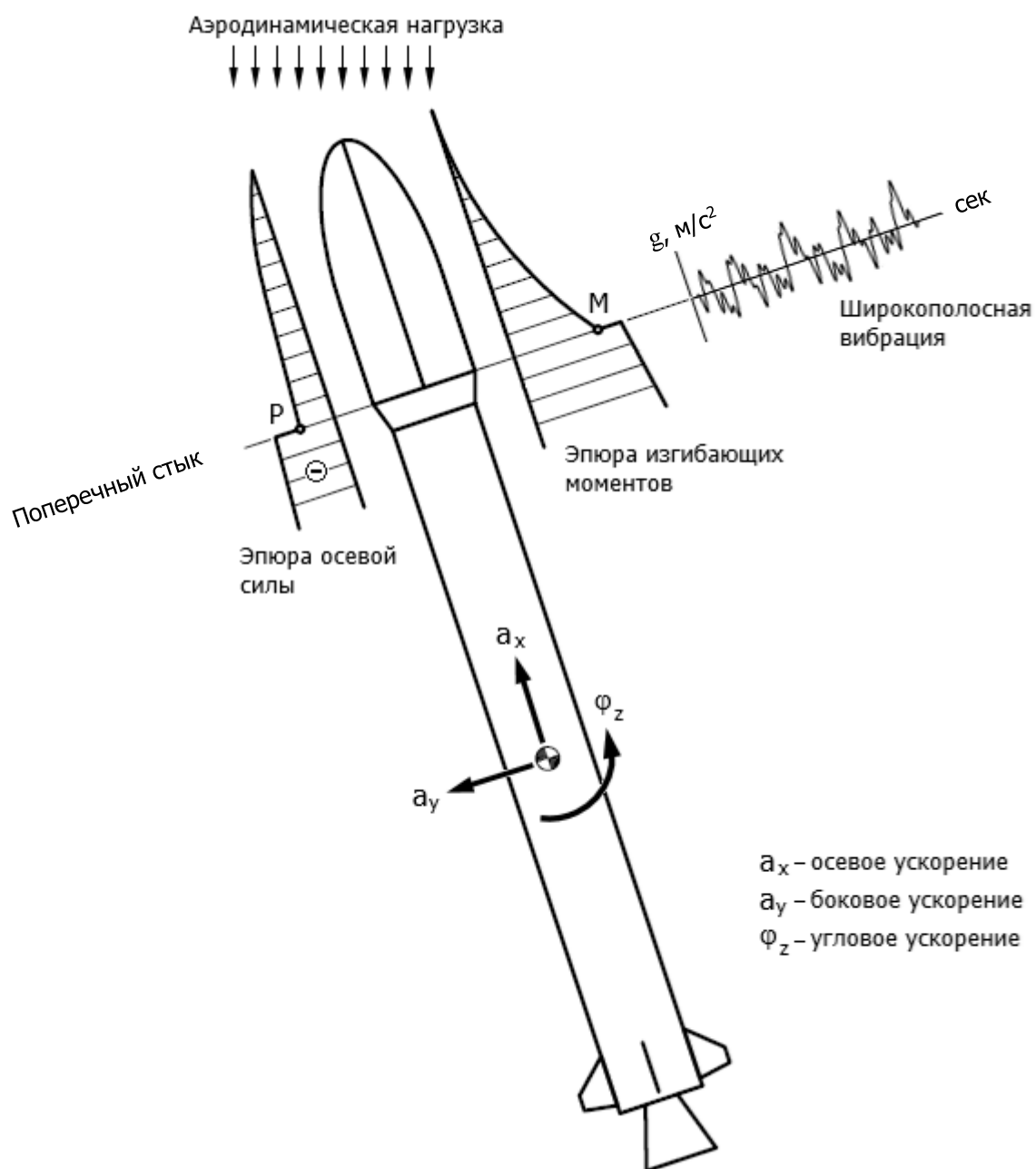


Рис. 29. Нагружение поперечного стыка ракеты

Параметры широкополосного нагружения (см. рис. 3) задают не для конкретного поперечного сечения, а для зоны, в нашем случае для переходного отсека, поэтому значения максимальных уровней ускорений не будут существенно отличаться для нижнего и верхнего стыка.

8.3 Файлы `Random.rnd`

Для расчёта отклика конструкции при работе I ступени:

```
$ Diagonal of matrix (Autocorrelation)
RANDPS,101,1,1,1,0,100
RANDPS,101,2,2,1,0,100
RANDPS,101,3,3,1,0,100

$ Таблица PSD (diagonal of matrix) 20 ... 2000Гц
TABRND, 100, LOG, LINEAR,,,,,
+, 20, 0.03, 50, 0.04, 100, 0.06, 200, 0.12,
+, 500, 0.2, 1000, 0.2, 2000, 0.15, ENDT
```

При работе II ступени:

```
$ Diagonal of matrix (Autocorrelation)
RANDPS,101,1,1,1,0,100
RANDPS,101,2,2,1,0,100
RANDPS,101,3,3,1,0,100

$ Таблица PSD (diagonal of matrix) 20 ... 2000Гц
TABRND, 100, LOG, LINEAR,,,,,
+, 20, 0.015, 50, 0.02, 100, 0.04, 200, 0.06,
+, 500, 0.06, 1000, 0.03, 2000, 0.03, ENDT
```

8.4 Механические свойства композитных материалов

Elastic Modulus 11 =	66000.
Elastic Modulus 22 =	75000.
Poisson Ratio 12 =	0.048999999
Shear Modulus 12 =	4660.
Shear Modulus 23 =	9000.
Shear Modulus 13 =	9000.
Density =	1.6E-09
Thermal Expan. Coeff 11 =	3.57E-06
Thermal Expan. Coeff 22 =	3.4100001E-06
Structural Damping Coeff =	
Reference Temperature =	25.

Рис. 30. Механические свойства 'Facesheet'

Elastic Modulus 11 =	66.699997
Elastic Modulus 22 =	66.699997
Poisson Ratio 12 =	0.30000001
Shear Modulus 12 =	10.
Shear Modulus 23 =	125.
Shear Modulus 13 =	125.
Density =	9.0000001E-11
Thermal Expan. Coeff 11 =	3.57E-06
Thermal Expan. Coeff 22 =	3.4100001E-06
Structural Damping Coeff =	
Reference Temperature =	25.

Рис. 31. Механические свойства 'Core'

Engineering Constants and 2D Elasticity Matrix					
E11,22,33	NU12,23,13	G12,23,31		Q	
4.88E+03	3.22E-01	1.83E+03	5.44E+03	1.75E+03	0.00E+00
4.88E+03	0.00E+00	0.00E+00	1.75E+03	5.44E+03	0.00E+00
0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	1.83E+03

Рис. 32. Механические свойства 'Honeycomb'

8.5 DFEM особенности моделирования

Способ моделирования болтовых соединений при помощи элементов RBE2 показан на рис. 33, там же показан способ приложения единичной нагрузки 1кН.

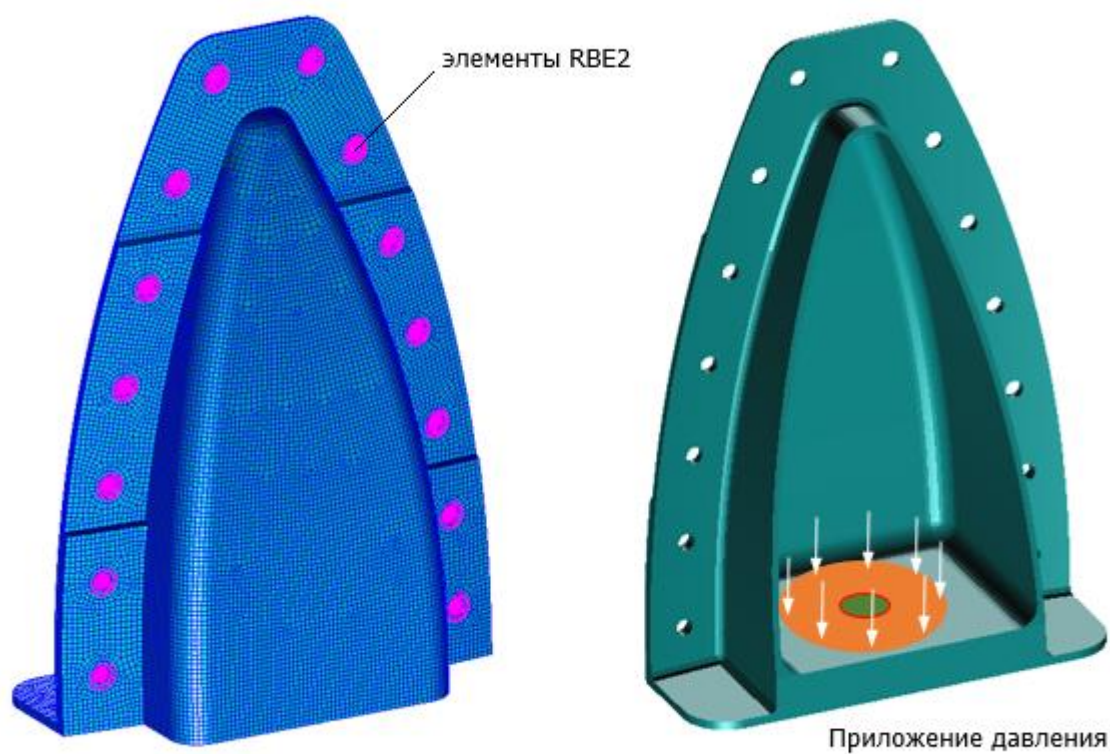


Рис. 33. DFEM, особенности моделирование и нагружения

8.6 Усталостные свойства алюминиевого сплава

Механические свойства алюминиевого сплава АМг6, использованного для изготовления образцов, и особенности проведения испытаний представлены в таблице 4.

Таблица 4

Свойства алюминиевого сплава АМг6 при 20°C

№	Параметр		Значение
1	Предел прочности, МПа	σ_B	390
2	Предел пропорциональности, МПа	σ_T	350
3	Предел неограниченной выносливости, МПа	σ_{-1}	30
4	Исходная заготовка		прокат
5	Направление вырезки	L	долевое
6	Способ нагружения		чистый изгиб
7	Количество испытанных образцов		60

Обобщённая диаграмма усталости лабораторных образцов, полученная после статистической обработки результатов испытаний, представлена на рис. 34.

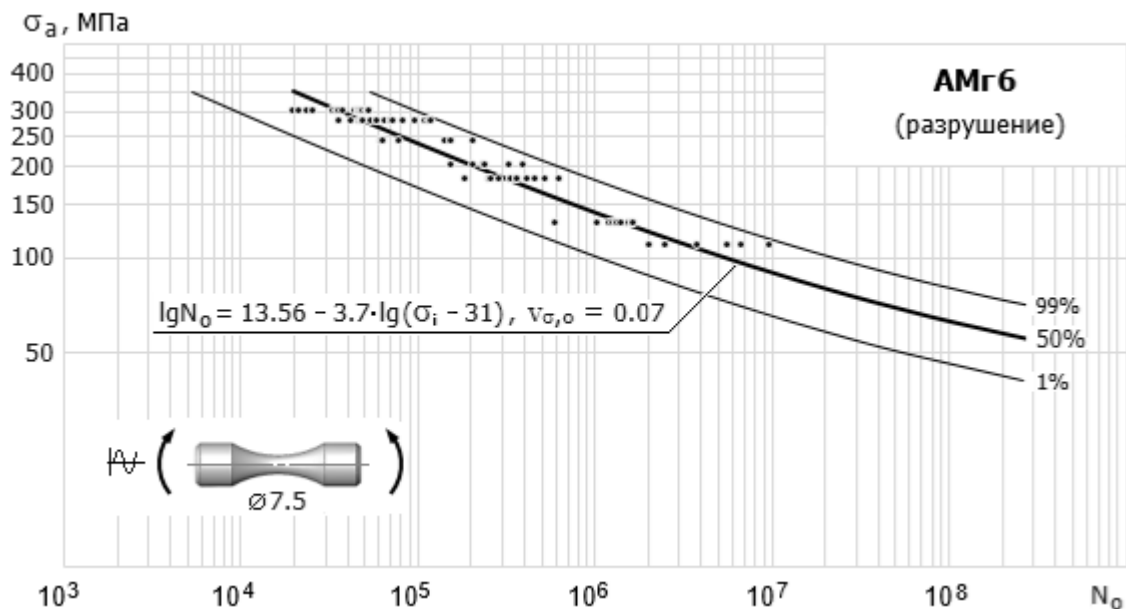


Рис. 34. Обобщённая диаграмма усталости сплава АМг6

8.7 Гармоническое vs. случайное усталостное нагружение образцов

С помощью уравнений (1) и (2) можно сначала описать математически результаты стандартных усталостных испытаний лабораторных образцов при гармоническом нагружении (т.е. построить обобщённую диаграмму, см. рис. 34), и потом вычислять предельное состояние таких же образцов, но нагружаемых уже случайным процессом с разной степенью широкополосности.

В качестве примера на рис. 35 показаны две кривые усталости алюминиевого сплава АМг6, построенные для вероятности разрушения 50%. При такой вероятности уравнения (1) и (2) выдают одинаковый результат.

Первая (кривая 1) описывает гармоническое нагружение образцов, вторая (кривая 2) получена в результате пересчета первой на случайный процесс нагружения с параметром $G = 2.4$ ($I = 0.80$).

Чтобы оценить точность построения, на рис. 35 показаны экспериментально полученные значения математических ожиданий долговечности образцов при гармоническом и случайном нагружении с параметром широкополосности $I = 0.80$ и $G = 2.4$.

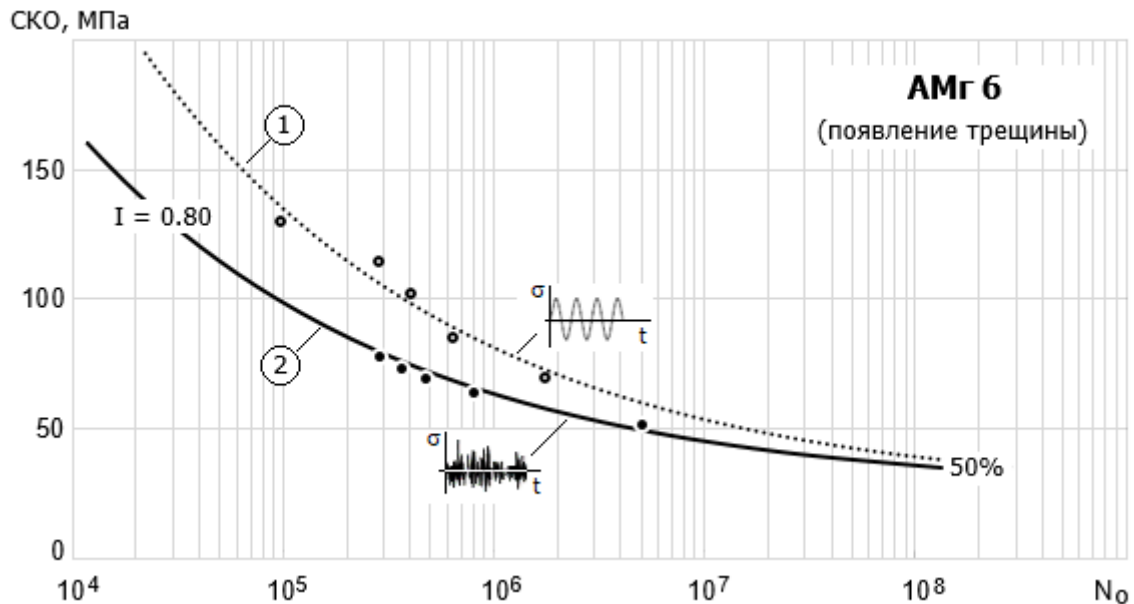


Рис. 35. Кривые усталости сплава АМг6

Как уже было сказано раньше, точность такого подхода тем выше, чем ближе I к 1.0.

Подробнее о вычислении параметра G см. [1].

8.8 Вычисление накопленных повреждений

На рис. 36 изображен случайный процесс изменения напряжений в конструкции близкий к нормальному закону распределения и два способа его математического описания: при помощи амплитудного спектра и СКО.

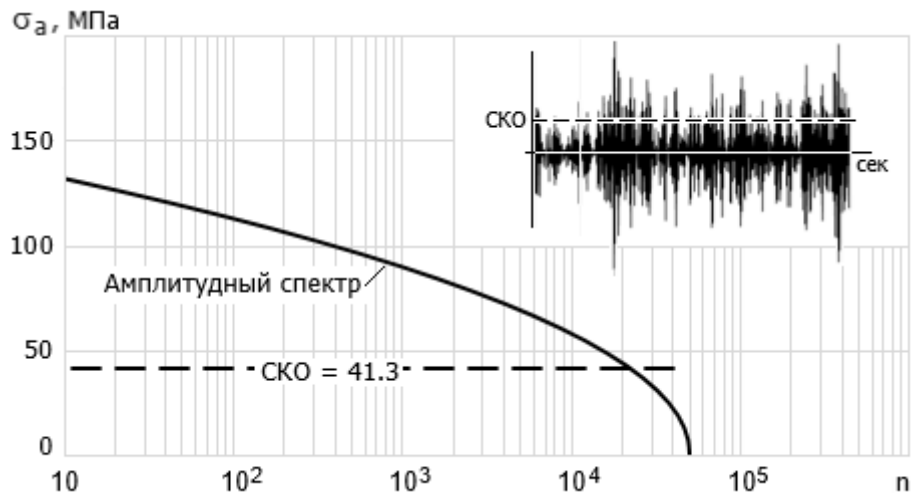


Рис. 36. Амплитудный спектр случайного нагружения

Используя кривую усталости сплава АМг6 (см. рис. 34), рассмотрим традиционный способ вычисления накопленных повреждений по формуле Пальмгрена-Минера. Для этого разобьем амплитудный спектр (см. рис. 36) на дискретные участки с равным шагом по амплитуде (5МПа), и построим циклограмму усталостного нагружения. Результат расчёта показан на рис. 37.

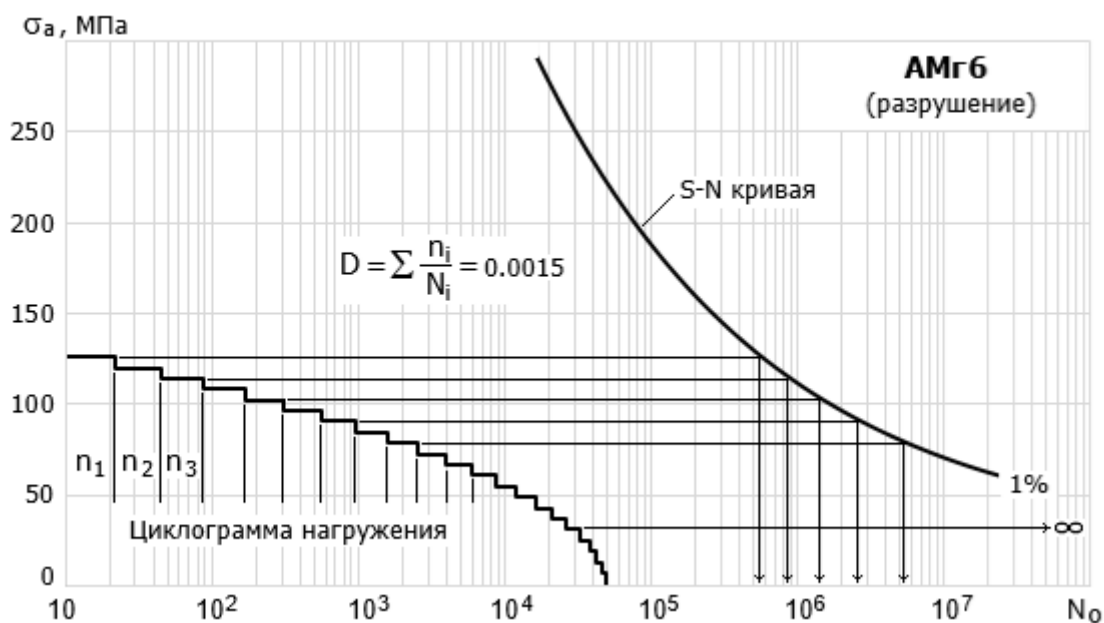


Рис. 37. Вычисление накопленных повреждений

Второй способ вычислить накопленные повреждения – это использовать стандартное отклонение случайного процесса (СКО). Для этого S-N кривую необходимо перестроить, как показано на рис. 38 (т.е. уменьшить амплитуды на $\sqrt{2}$).

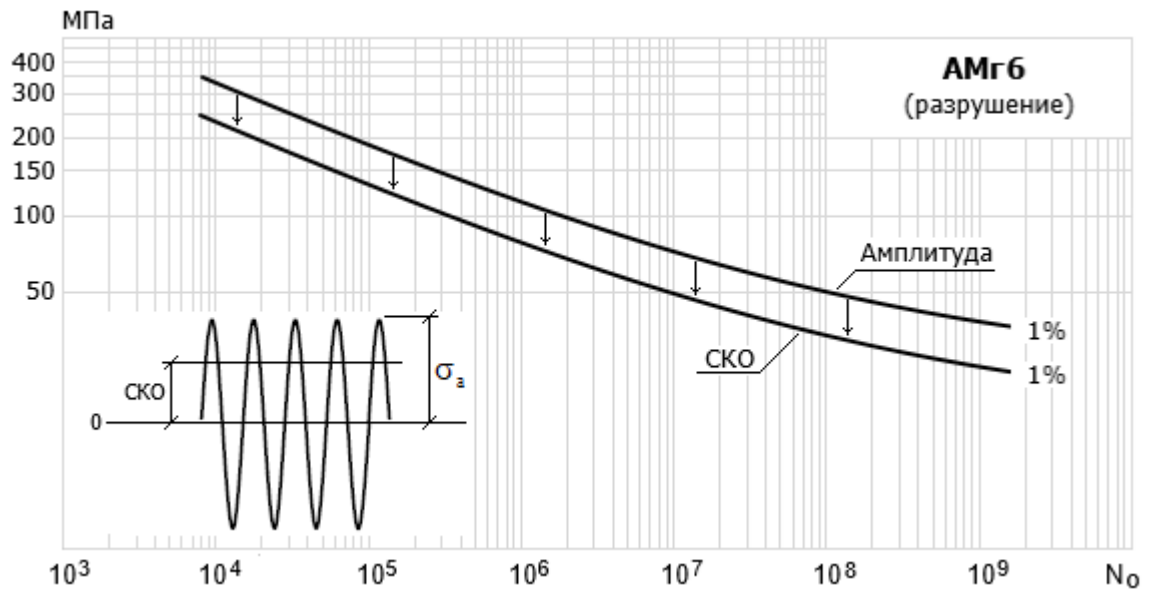


Рис. 38. Построение S-N кривой в СКО

Вычисление усталостных повреждений будет осуществляться в одно математическое действие ($n = 50000$ цикл, $N_0 = 3.15e7$, см. рис. 39).

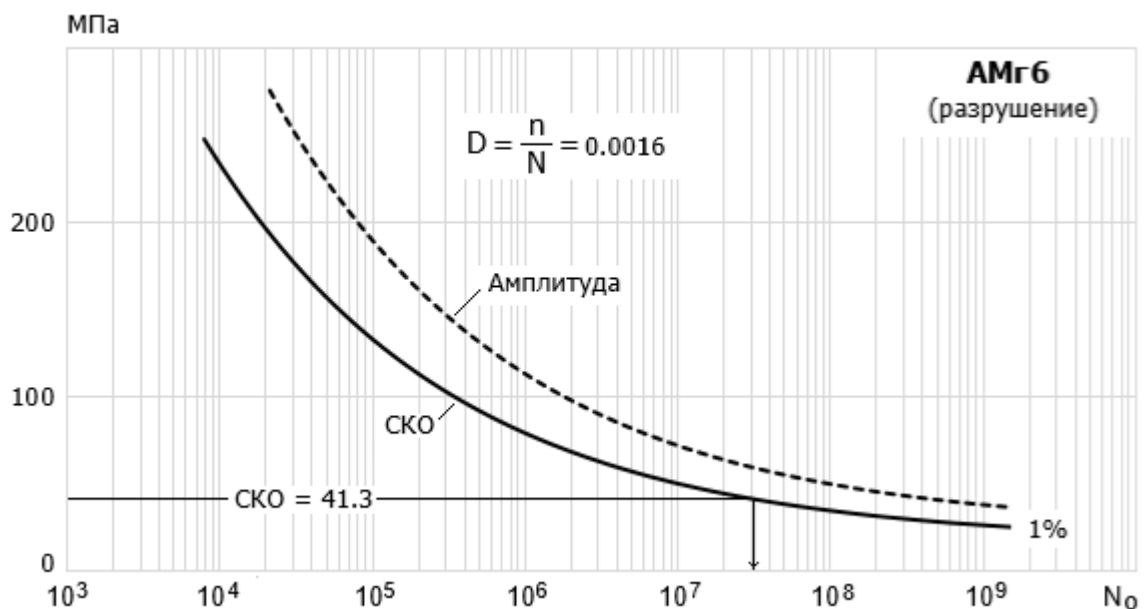


Рис. 39. Вычисление накопленных повреждений через СКО

Результат при разных подходах должен получаться один и тот же, но на практике он сильно зависит от уровня дискретизации амплитудного спектра и величины предела неограниченной

выносливости материала. Чем они больше, тем больше разница. В нашем случае D получилось равным 0.0015 и 0.0016, разница около 5%.

При действии центрированных случайных процессов RFS вычисляется также в одно действие и достаточно точно.

Например, для случайного процесса изменения напряжений, изображенного на рис. 36, уровень СКО при котором образец разрушится за 50000циклов с вероятностью 1% не должен превышать 156МПа (см. рис. 39), т.е. интенсивность нагружения может быть увеличена втрое по сравнению с заданной.

При необходимости легко можно пересчитать СКО в σ_a^{peak} .

8.9 Метод 'дождя' vs. спектральный метод

Этот раздел был добавлен по просьбе коллег для ответа на вопрос – Зачем?

Если уже существует общепризнанный метод 'дождя' (он же метод 'пагоды'), который фактически является мировым стандартом при обработке случайных процессов в большинстве отраслей промышленности, то зачем нужен еще один?

Метод 'дождя' прост для алгоритмизации и очень точно выделяет из временной реализации циклы усталостного нагружения, не пропуская циклы даже с очень большим периодом. Если обрабатывается реализация узкополосного случайного процесса, то сразу получается точная циклограмма, где определенной амплитуде σ_a соответствует количество её повторений n . Это очень просто и удобно.

Сначала отвечу коротко, а потом попробую объяснить подробнее.

Описанный в этой статье метод подходит не для всех материалов и способов их нагружения. Его преимущество в том, что он изначально разрабатывался и адаптировался под алюминиевые сплавы и особенности случайного нагружения ракетных конструкций в процессе их эксплуатации.

В этом методе отсутствует схематизация (т.е. упрощение) случайного процесса. Действующий процесс нагружения рассматривается не дискретно, а весь целиком. Его средние характеристики сопоставляются не со статичной S-N кривой, которая обычно соответствует гармоническому нагружению лабораторных образцов, а с кривой усталости, перестроенной под действие реального случайного процесса нагружения.

Применение этого метода делает процесс вычисления долговечности немного быстрее, убирая лишние математические операции.

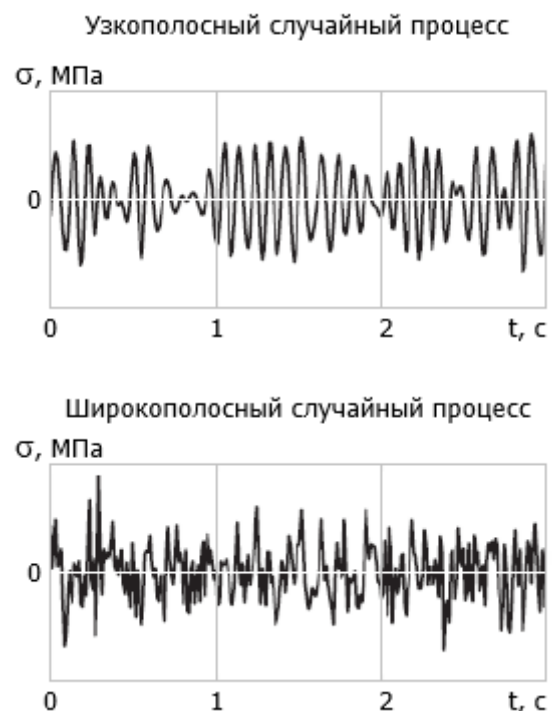


Рис. 40. Случайные процессы изменения напряжений

На рис. 40 выше изображены два случайных процесса изменения напряжений с примерно равным количеством циклов и примерно одинаковыми локальными значениями максимумов и минимумов, но из-за своей внутренней структуры первый процесс (т.н. узкополосный) будет более повреждающим (т.е. более критичным с точки зрения усталости).

После обработки этих процессов по методу 'дождя' получатся два похожих амплитудных спектра. При этом для широкополосного случайного процесса посчитанные амплитуды будут немного завышены из-за наличия статического смещения (т.е. ненулевого среднего), и само σ_m (среднее) может быть значительным, если процесс сильно широкополосный (т.е. при $I \rightarrow 0$).

Чтобы не вычислять эквивалентные амплитуды для учета т.н. 'the mean stress effect' по одному из критериев (Goodman, Gerber, SWT, ...), упростим задачу и рассмотрим узкополосный случайный процесс нагружения, изображенный на рис. 41 (каждый цикл в узкополосном процессе имеет среднее приблизительно равное нулю).

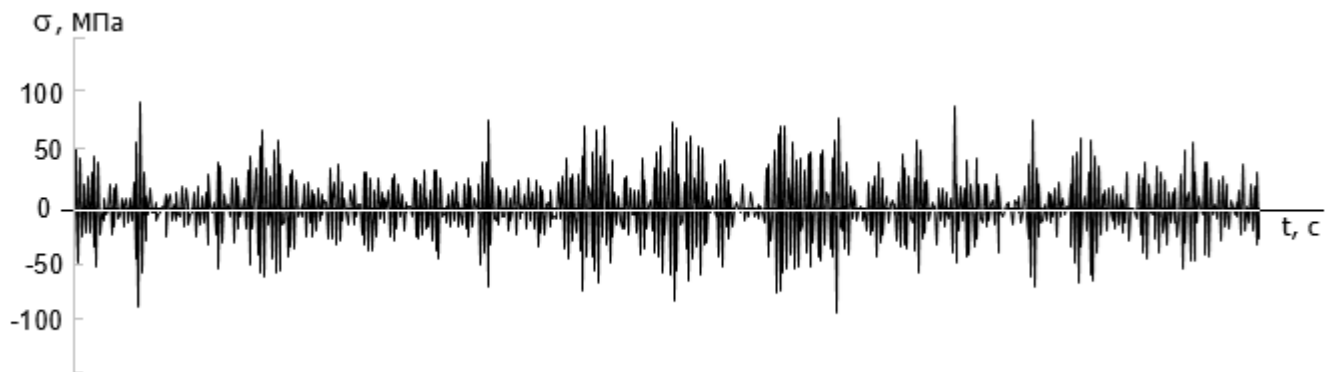


Рис. 41. Случайный процесс изменения напряжений (фрагмент записи)

Средние частотные характеристики процесса, изображенного на рисунке выше, представлены в таблице 5.

Таблица 5

Характеристики случайного процесса (см. рис. 41)

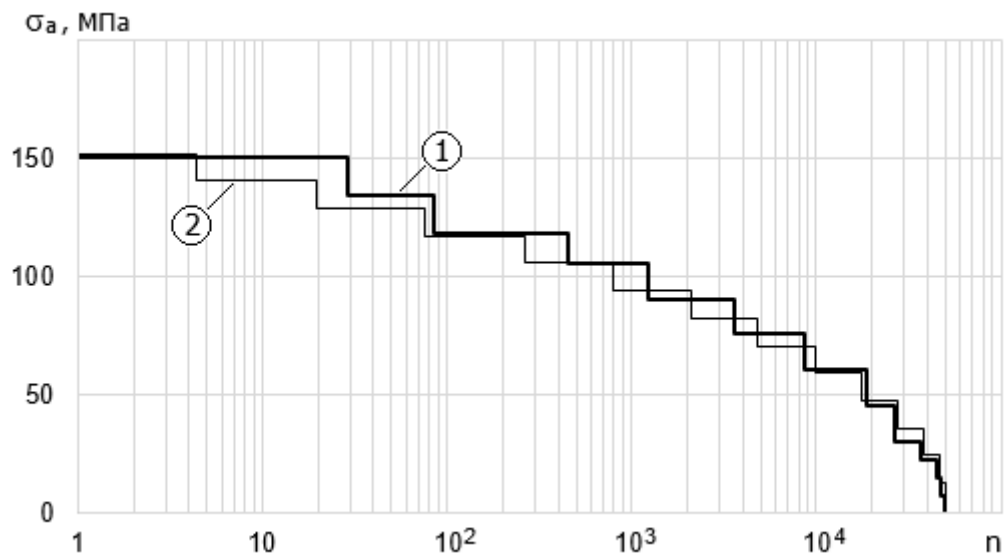
σ_a^{peak} , МПа	СКО, МПа	f_{eff} , Гц	I	N, циклов
150	41.3	197	0.80	50000

Построим две циклограммы усталостного нагружения. Первую из временной реализации (см. рис. 41), используя стандартную программу обработки случайных сигналов 'rainflow.exe' (см. рис. 42).

Программа 'rainflow.exe' делит весь амплитудный диапазон всего на 13 уровней. Поэтому вторую циклограмму, при помощи средних характеристик процесса из таблицы 5, построим с таким же уровнем дискретизации (подробнее см. раздел 4.1.2). Хорошее совпадение двух полученных решений наглядно видно на рис. 43.

Range (units)	Cycle Counts	Ave Amp	Max Amp	Ave Mean	Min Valley	Max Peak
271.5 to 301.7	29.5	141.4	150.9	-3.894	-161.3	140.5
241.4 to 271.5	57.0	129.7	134.3	-5.409	-161.3	140.5
211.2 to 241.4	95.0	114.6	118.4	3.443	-125.7	129.5
181.0 to 211.2	276.5	98.71	105.5	-1.573	-111.0	107.3
150.8 to 181.0	779.0	81.74	90.07	0.5704	-94.89	96.9
120.7 to 150.8	2347.5	66.45	75.42	0.2204	-81.71	84.4
90.5 to 120.7	5140.5	51.6	60.32	-0.183	-67.18	66.35
60.3 to 90.5	10032.0	36.8	45.25	-0.213	-54.42	53.29
45.2 to 60.3	8113.0	26.3	30.16	-0.165	-41.20	38.81
30.1 to 45.2	9643.5	18.91	22.63	-0.086	-38.65	32.99
15.0 to 30.1	8037.0	11.61	15.06	-0.110	-22.46	22.41
7.5 to 15.0	3078.0	5.682	7.538	-0.325	-12.47	13.03
0.0 to 7.5	1796.5	2.091	3.692	0.0706	-10.10	10.36
	n		σ_a	σ_m		

Рис. 42. Обработка случайного сигнала методом 'дождя'



- 1 – построена по методу 'дождя' из временной реализации
 2 – построена с помощью АЧХ по средним характеристикам процесса

Рис. 43. Циклограммы усталостного нагружения

Здесь можно уже остановиться и сделать заключение – одинаковые циклограммы в итоге должны дать одинаковый результат, но пройдем весь алгоритм вычисления усталостной долговечности до конца.

Следую рекомендациям по анализу конструкции с использованием метода 'дождя', перестроим по экспериментальным данным (см. рис. 34) кривую усталости слава АМгб с помощью классического уравнения:

$$N = N_k \cdot \left[\frac{\sigma_a}{\sigma_k} \right]^{-k}$$

где:

N_k и σ_k – координаты точки 'перелома' кривой;

k и k' – показатели угла наклона до и после точки 'перелома'.

$$k' = 2 \cdot k - 2$$

Полученная кривая и ее характеристики показаны на рис. 44 пунктирной линией.

Сравнивать посчитанную долговечность будем с результатами, полученными по S-N кривой из раздела 8.6 (пунктирная линия на рис. 45).

Сначала вычислим накопленные повреждения по S-N кривым гармонического процесса (на рисунках они показаны пунктирными линиями). Разница между значениями $D_{\text{гарм}}$ получилась 4% и связано это только с разными способами описания результатов усталостных испытаний (см. таблицу 6). Также очевидно, что значения $D_{\text{гарм}}$ являются излишне оптимистичными.

Таблица 6

Вычисленные накопленные повреждения

Метод	$D_{\text{гарм}}$ (50%)	Разница	D_{random} (50%)	Разница
Метод 'дождя'	0.00041	4%	0.0022	10%
Частотный метод	0.00043		0.0020	

Причина в том, что любой узкополосный случайный процесс нагружения является более 'повреждающим' по сравнению с гармоническим, а значит вычисленный ущерб значительно недооценён (см. рис. 35).

Чтобы это исправить и оценить накопленные повреждения более корректно, с учётом особенностей случайного нагружения, обе кривые усталости необходимо перестроить.

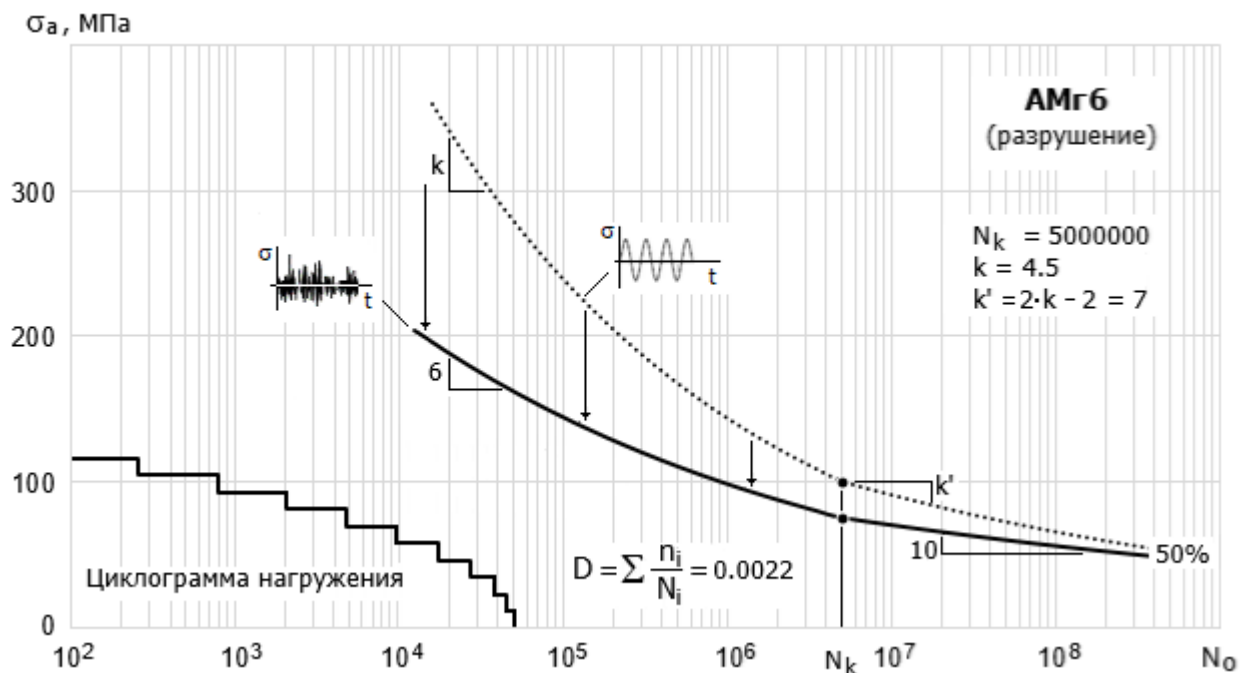


Рис. 44. Вычисление накопленных повреждений, метод 'дождя'

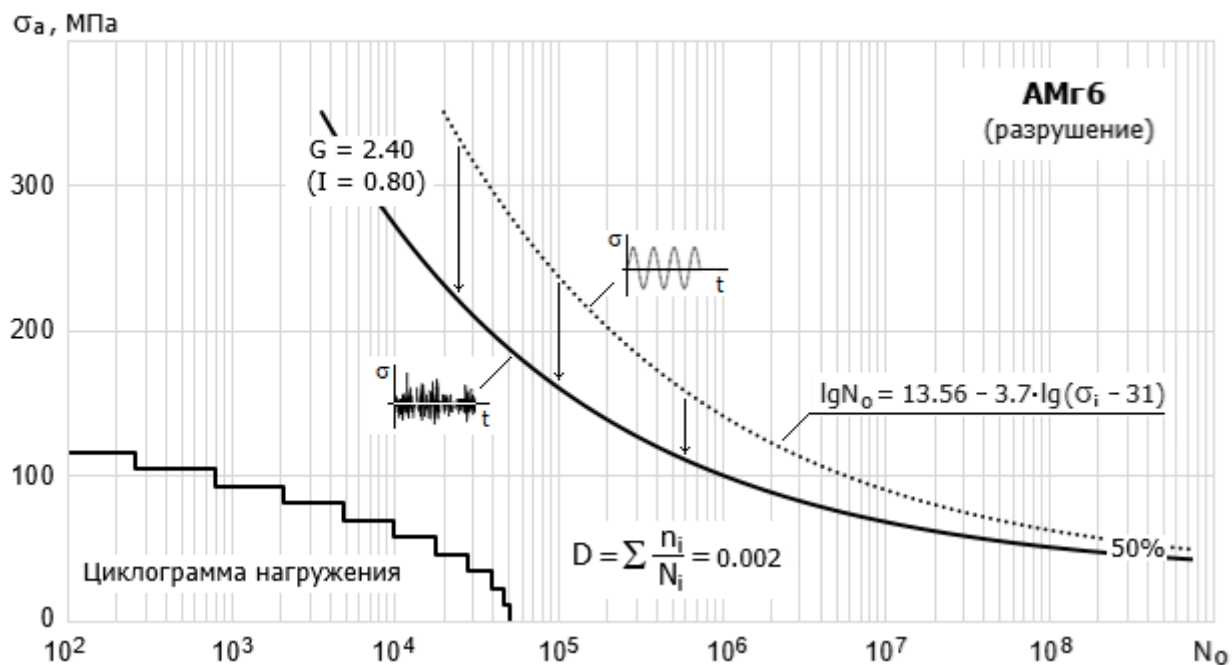


Рис. 45. Вычисление накопленных повреждений, обобщенная диаграмма

При использовании обобщенной диаграммы усталости материала весь алгоритм пересчёта описан в разделе 6.2. Полученная кривая показана на рис. 45 сплошной линией, а результат (вычисленное повреждение D_{random}) в таблице 6.

При использовании метода 'дождя' и классического уравнения кривой усталости такого же способа её пересчёта нет. Однако есть рекомендации, как нужно изменить показатель угла наклона k , но не в зависимости от структуры случайного процесса, а в привязке к типу рассматриваемой конструкции, например, для анализа усталости силовых элементов автомобиля или деталей его двигателя.

Для сравнительного расчета остановимся на показателе угла наклона $k = 6$, как одном из наиболее часто рекомендуемом значении для алюминиевых сплавов. Полученная кривая показана на рис. 44 сплошной линией, а вычисленное повреждение в таблице 6.

Разница в результатах 10% – это больше везение, чем правило. Значение коэффициента k было взято из рекомендованных (а конкретно для сплава AlSi7Mg), без привязки к структуре рассматриваемого случайного процесса (см. рис. 41). При расчёте долговечности, например, алюминиевых колесных дисков такой показатель угла наклона считается достаточно консервативным, но в других случаях это может быть далеко от правды.

Оценивать полученную погрешность не нужно. Здесь требовалось акцентировать внимание на необходимости перестройки кривой усталости материала чтобы результаты анализа лучше коррелировались с экспериментальными данными.

Заключение:

Если согласиться с тем, что оба метода позволяют построить одинаковый амплитудный спектр нагружения, а для точного вычисления накопленных повреждений с учётом характера эксплуатационных нагрузок кривую усталости материала необходимо перестроить, с использованием теоретически или экспериментально полученных коэффициентов, получается то, что и было уже сказано раньше – схематизация (упрощение) действующих случайных процессов может быть просто лишней математической операцией. Ничего нового в этом утверждении нет, как минимум, с 1977 года.

При анализе конструкций из алюминиевого или магниевых сплавов, использование средних характеристик случайного процесса изменения напряжений и обобщённой диаграммы усталости материала дает достаточно точный, а если необходимо – то консервативный прогноз о накопленном повреждении за выбранный промежуток времени.