

FATIGUE ANALYSIS

Два подхода к оценке усталостной долговечности при случайном нагружении

Этот раздел был добавлен по просьбе коллег для ответа на вполне закономерные вопросы: зачем нужен ещё один метод расчёта усталостной долговечности и почему мы его используем?

Сегодня метод 'дождя' (Rainflow Counting Method или метод 'пагоды') фактически является мировым стандартом при обработке случайных процессов нагружения. Он применяется в авиационной, автомобильной, энергетической и многих других отраслях промышленности.

Его популярность объясняется высокой эффективностью. Алгоритм позволяет корректно выделять из временной реализации отдельные циклы нагружения, включая циклы с очень большими периодами, и преобразовывать исходный случайный процесс в циклограмму, где каждой амплитуде напряжений σ_a соответствует число её повторений n . Для большинства практических задач такой подход оказывается удобным и обеспечивает высокую точность вычислений.

Поэтому действительно возникает вопрос: если метод дождя работает хорошо, зачем использовать еще один?

Сначала отвечу коротко, а потом попробую объяснить подробнее.

Часто используемый нами в работе метод [1] был разработан для оценки усталостной долговечности конструкций из лёгких сплавов при случайном нагружении и первоначально создавался применительно к ракетно-космической технике.

В нем отсутствует схематизация (т.е. упрощение) случайного процесса.

Действующий процесс нагружения рассматривается не дискретно, а весь целиком. Для оценки повреждаемости используются его интегральные характеристики, которые сопоставляются не со статичной S-N кривой лабораторных образцов, а с кривой усталости, положение которой корректируется с учётом особенностей реального случайного нагружения.

Такой подход не претендует на замену метода 'дождя' и не является универсальным для всех материалов и условий их нагружения. Однако для ряда задач, связанных со случайным нагружением конструкций из алюминиевых сплавов, он позволяет сразу учитывать все особенности процесса нагружения, которые при традиционной обработке с помощью дискретных циклов учитываются только косвенно.

Дополнительным преимуществом является сокращение объёма вычислений за счёт отказа от построения и последующей обработки циклограмм, что особенно удобно при анализе стационарных случайных процессов.

На рис. 1 показаны два случайных процесса изменения напряжений в конструкции, с примерно равным количеством циклов и примерно одинаковыми локальными значениями максимумов и минимумов.

Несмотря на внешнее сходство, первый процесс (узкополосный) является более повреждающим с точки зрения усталости вследствие особенностей своей внутренней структуры.

После обработки обоих процессов методом 'дождя' будут получены близкие по форме амплитудные спектры нагружения, и такое представление уже не будет полностью отражать различия между исходными процессами. Часть информации об их статистической структуре неизбежно теряется, и превращает случайный процесс в простое блочное нагружение.

Для широкополосных процессов возникает также проблема корректного учёта среднего напряжения в выделенных циклах. В результате появляется необходимость вычисления эквивалентных амплитуд с использованием одного из известных критериев учёта влияния среднего напряжения (Goodman, Gerber, SWT и др.).

Чтобы не усложнять дальнейшие объяснения, рассмотрим простой узкополосный случайный процесс нагружения, представленный на рис. 2.

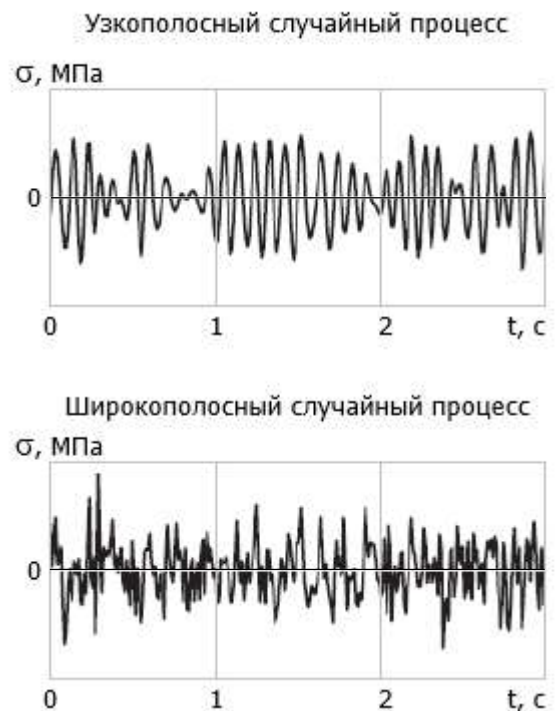


Рис. 1. Случайные процессы изменения напряжений

Такой процесс является характерным для некоторых элементов конструкции второй и третьей ступеней коммерческих ракет-носителей. Поскольку аэродинамические и акустические воздействия к этому моменту полёта практически отсутствуют, изменение напряжений определяется главным образом вибрационным откликом конструкции на работу маршевых двигателей.



Рис. 2. Случайный процесс изменения напряжений (фрагмент записи)

Для процесса на рис. 2 средние напряжения отдельных усталостных циклов близки к нулю. Это позволяет исключить из дальнейшего рассмотрения влияние среднего напряжения и сосредоточиться на анализе структурных особенностей случайного процесса, непосредственно определяющих скорость накопления усталостных повреждений.

Средние частотные характеристики процесса, изображенного на рис. 2, представлены в Таблице 1.

Таблица 1. Характеристики случайного процесса (см. рис. 2)

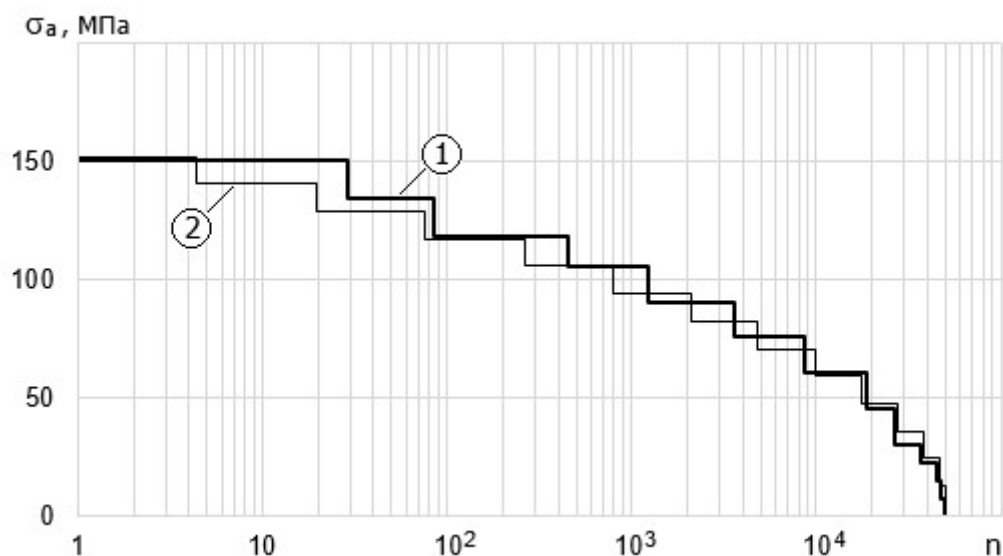
$\sigma_{a\text{peak}}$, МПа	SD, МПа	f_{eff} , Hz	I	N, cycles
150	44	197	0.80	50000

Построим две циклограммы усталостного нагружения. Первую получим, обработав временную реализацию (см. рис. 2) с использованием стандартной программы обработки случайных сигналов 'rainflow.exe', которая разбивает весь диапазон амплитуд напряжений на 13 дискретных уровней (см. рис. 3). Вторую циклограмму получим по средним характеристикам процесса из Таблицы 1, используя тот же уровень дискретизации.

Сравнение результатов показано на рис. 4.

Range (units)	Cycle Counts	Ave Amp	Max Amp	Ave Mean	Min Valley	Max Peak
271.5 to 301.7	29.5	141.4	150.9	-3.894	-161.3	140.5
241.4 to 271.5	57.0	129.7	134.3	-5.409	-161.3	140.5
211.2 to 241.4	95.0	114.6	118.4	3.443	-125.7	129.5
181.0 to 211.2	276.5	98.71	105.5	-1.573	-111.0	107.3
150.8 to 181.0	779.0	81.74	90.07	0.5704	-94.89	96.9
120.7 to 150.8	2347.5	66.45	75.42	0.2204	-81.71	84.4
90.5 to 120.7	5140.5	51.6	60.32	-0.183	-67.18	66.35
60.3 to 90.5	10032.0	36.8	45.25	-0.213	-54.42	53.29
45.2 to 60.3	8113.0	26.3	30.16	-0.165	-41.20	38.81
30.1 to 45.2	9643.5	18.91	22.63	-0.086	-38.65	32.99
15.0 to 30.1	8037.0	11.61	15.06	-0.110	-22.46	22.41
7.5 to 15.0	3078.0	5.682	7.538	-0.325	-12.47	13.03
0.0 to 7.5	1796.5	2.091	3.692	0.0706	-10.10	10.36
	n		σ_a	σ_m		

Рис. 3. Обработка случайного сигнала методом 'дождя'



- 1 – построена по методу 'дождя' из временной реализации
 2 – построена с помощью АЧХ по средним характеристикам процесса

Рис. 4. Циклограммы усталостного нагружения

Хорошее совпадение двух циклограмм подтверждает – средних статистических характеристик процесса достаточно для воспроизведения всего спектра усталостного нагружения с достаточной точностью. На этом этапе уже можно остановиться и сделать заключение – одинаковые циклограммы в итоге должны привести к одинаковой величине накопленного повреждения. Подтвердим это расчётом и пройдем до конца процесс вычисления долговечности для обоих случаев, и сравним их.

На рис. 5 показаны результаты усталостных испытаний полированных лабораторных образцов диаметром 7.5 мм, изготовленных из алюминиевого сплава. Способ их нагружения – чистый изгиб.

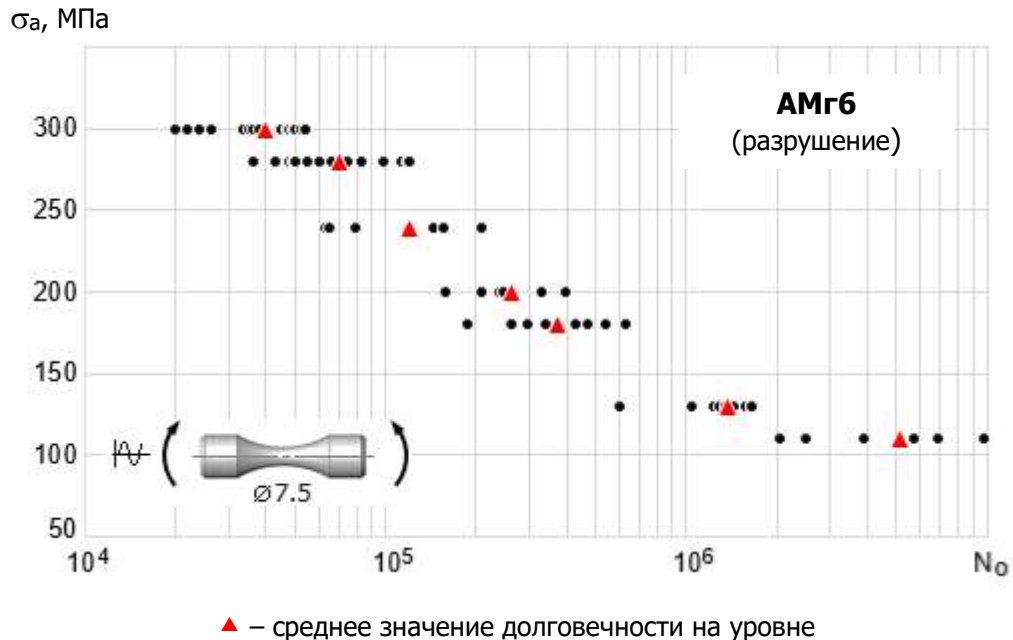


Рис. 5. Результаты усталостных испытаний образцов

Следуя рекомендациям по анализу усталостной долговечности с использованием метода 'дождя', опишем экспериментальные данные (см. рис. 5) с помощью классического уравнения S-N кривой:

$$N = N_k \cdot \left[\frac{\sigma_a}{\sigma_k} \right]^{-k}$$

где:

N_k и σ_k – координаты точки 'перелома' кривой;

k и k' – показатели угла наклона до и после точки 'перелома'.

$$k' = 2 \cdot k - 2$$

Полученная кривая и ее характеристики показаны на рис. 6 пунктирной линией.

Дальше опишем те же результаты испытаний, но используя уравнение S-N кривой с порогом чувствительности. Сразу пересчитаем амплитуды гармонического процесса нагружения (см. рис. 5) в СКО по формуле:

$$SD = \frac{\sigma_a}{\sqrt{2}} ;$$

чтобы по оси ординат была отложена не амплитуда, а СКО процесса. Полученная кривая и ее параметры показаны на рис. 7 также пунктирной линией.

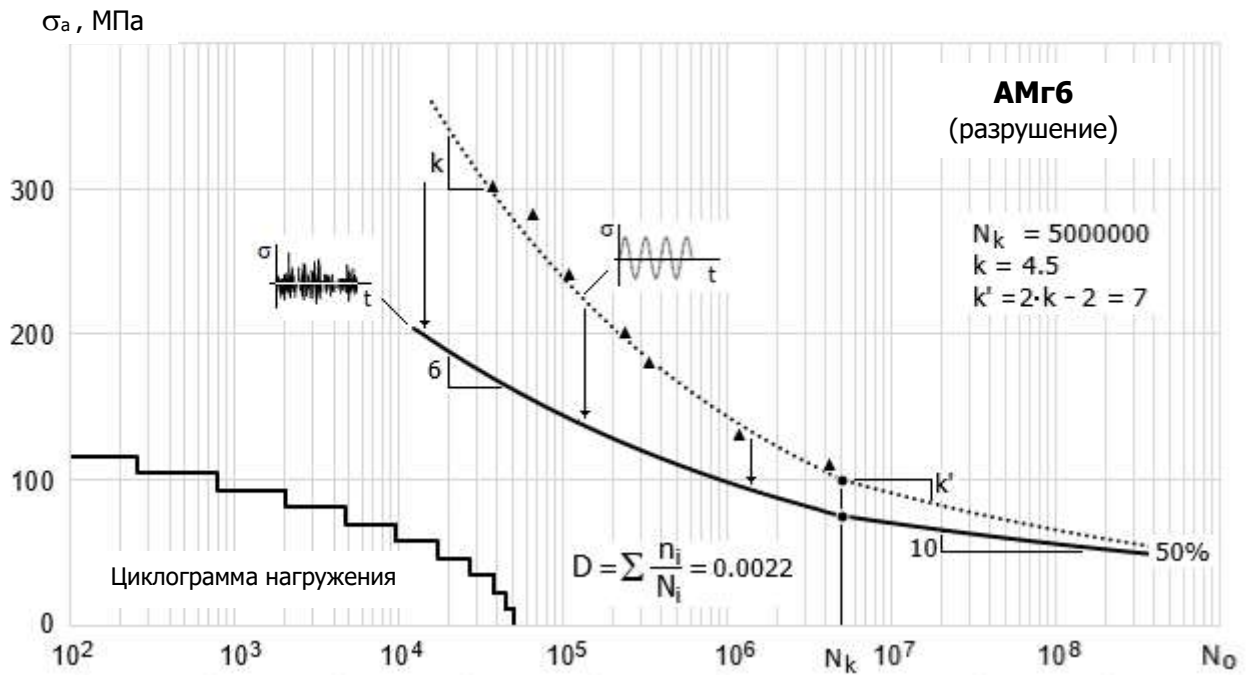


Рис. 6. Вычисление накопленных повреждений, метод 'дождя'

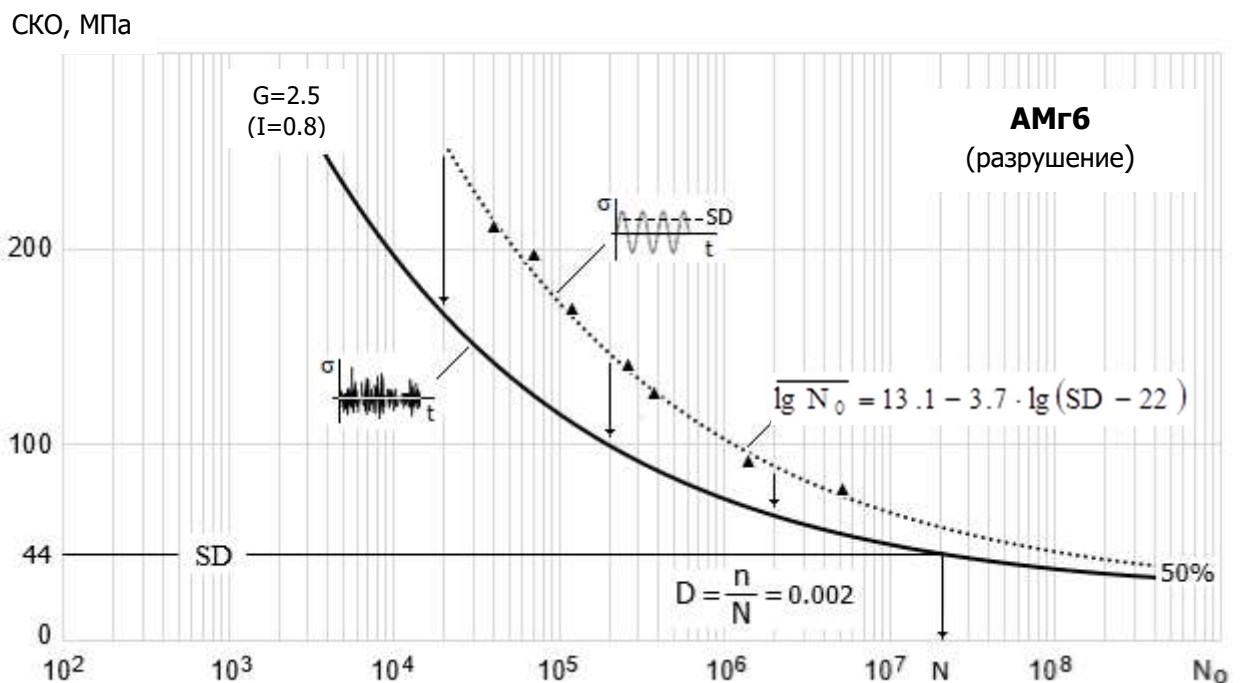


Рис. 7. Вычисление накопленных повреждений, обобщенная диаграмма

Вычислим накопленные повреждения, используя две S-N кривые, соответствующие гармоническому нагружению. Полученные значения $D_{\text{гарм}}$ приведены в Таблице 2. Причем по рисункам видно, что при использовании обобщенных диаграмм вычисление осуществляется в одно действие.

Таблица 2. Вычисленные накопленные повреждения

Метод	$D_{\text{гарм}}$ (50%)	Разница	D_{random} (50%)	Разница
Метод 'дождя'	0.00041	4%	0.0022	10%
Спектральный метод	0.00043		0.0020	

Несмотря на принципиально разные способы описания процесса нагружения (СКО vs. амплитудный спектр), расхождение в результатах составило всего 4%.

Это было ожидаемо, поскольку фактически рассматриваются два способа решения одной и той же задачи. Однако полученные значения накопленного повреждения нельзя считать реалистичными. Рассматриваемый процесс является случайным, тогда как обе S-N кривые соответствуют гармоническому изменению напряжений в конструкции, из чего следует, что полученная оценка является заниженной и заниженной существенно.

Причина в разной скорости накопления усталостных повреждений при гармоническом и случайном нагружении. Любой узкополосный случайный процесс при одинаковой интенсивности нагружения генерирует повреждения быстрее, чем гармонический. Зная это нужно сделать следующий шаг и привести предельное состояние материала в соответствие с реальным характером нагружения.

Сначала используем двухпараметрический метод [1].

Корректировка положения кривой усталости выполняется на основе интегральных структурных характеристик случайного процесса. Алгоритм, используемый программой, основан на уравнении:

$$G = \frac{\sigma_{\max}}{\text{СКО}} \cdot \frac{\text{RMS}_{\max}}{\text{RMS}_{(+)}} \cdot \frac{n_{\max}}{n_{(+)}};$$

и для его решения программа может использовать:

- фрагмент временной реализации процесса изменения напряжений (если процесс стационарный);
- амплитудный спектр нагружения;
- циклограмму.

Пример вычисления G с объяснением всех переменных уравнения представлен в Таблице 3.

Table 3. Вычисление структурного параметра G

Обозначение	Величина	Ед. изм.	Комментарии
$\sigma_{\max}$	150	МПа	Максимальное напряжение в процессе нагружения
СКО	44	МПа	среднеквадратичное отклонение процесса
σ_m	0	МПа	Среднее значение напряжений
$n(+)$	50000	циклов	число положительных максимумов
$n_{\max}$	32000	циклов	число повреждающих максимумов (выше $\sigma_{-1} = 31\text{МПа}$)
$\text{RMS}_{(+)}$	45	МПа	среднеквадратичное значение положительных пиков
$\text{RMS}_{\max}$	53	МПа	среднеквадратичное значение повреждающих пиков
G	2.5		структурный параметр процесса

Для использования в расчётах значение G преобразуют в безразмерный коэффициент $E_{\text{хРС}}$, характеризующий относительное увеличение усталостного повреждения по сравнению с базовым.

В качестве базового используют гармонический процесс, у которого значение G постоянно и равно $\sqrt{2}$, а то, насколько случайный процесс будет более повреждающим, определяется по формуле:

$$E_{\text{хРС}} = \frac{G_0 - \sqrt{2}}{G_0 - G};$$

где G_0 – постоянная, численное значение которой для большинства алюминиевых сплавов лежит в диапазоне 3.7...4.3. Обычно значение G_0 принимают равным 4.0, но, чтобы выбрать его максимально корректно требуется определенный опыт работы с методикой.

Чтобы положение S-N кривой материала соответствовало характеру случайного нагружения, ее положение корректируется в зависимости от вычисленного $E_{\text{хРС}}$ согласно уравнению:

$$\overline{\lg N_0} = 13.1 - 3.7 \cdot \lg[E_{\text{хРС}} \cdot (SD - 22)];$$

Полученная кривая показана на рис. 7 сплошной линией, а вычисленные значения накопленных повреждений D_{random} приведены в Таблице 2.

В классическом подходе, основанном на методе 'дождя', универсального алгоритма такого преобразования S-N кривой не существует. На практике влияние случайного нагружения обычно учитывают косвенно, изменением показателя угла наклона кривой усталости k .

При этом рекомендуемые значения выбираются исходя из накопленного опыта анализа определённых классов конструкций, а не из статистических характеристик конкретного процесса нагружения.

Для сравнительного расчёта используем $k = 6$, поскольку это наиболее часто рекомендуемое значение для расчета конструкций из алюминиевых сплавов. Соответствующая кривая показана на рис. 6 сплошной линией.

Полученное расхождение между двумя результатами составило 10% и должно свидетельствовать о хорошей согласованности методов. Однако такая близость результатов не означает, что оба подхода будут давать примерно одинаковую точность для других случайных процессов нагружения.

В рассматриваемом примере значение $k = 6$ оказалось удачным выбором и обеспечило хорошее совпадение результатов. Но сам параметр выбирался на основании общих рекомендаций для алюминиевых сплавов и никак не связан со статистической структурой анализируемого процесса нагружения. При изменении спектра нагрузок или переходе к другой конструкции уровень совпадения может существенно измениться.

Именно в этом состоит принципиальное различие двух подходов. В классическом методе влияние случайного нагружения учитывается через эмпирический выбор параметров кривой усталости. В двухпараметрическом подходе корректировка выполняется на основании характеристик самого процесса нагружения, что позволяет непосредственно учитывать его повреждающие свойства.

Цель приведённого сравнения заключалась в желании показать, что при анализе случайного нагружения недостаточно использовать исходную S-N кривую лабораторных испытаний образцов. Независимо от метода расчёта, предельное состояние материала должно быть приведено в соответствие с характером действующего процесса нагружения. Только в этом случае расчётные оценки долговечности могут удовлетворительно коррелировать с результатами испытаний и экспериментальными данными.

Заключение:

Если согласиться с тем, что оба метода позволяют построить одинаковый амплитудный спектр нагружения, а для точного вычисления накопленных повреждений с учётом характера эксплуатационных нагрузок кривую усталости материала необходимо перестроить, используя теоретически или экспериментально полученные коэффициенты, то необходимость обязательного перехода от случайного процесса к циклограмме становится не очевидной. Циклограмма лишь изменит форму представления информации о нагружении и при этом потеряет какую-то ее часть. Получается то, что было сказано в самом начале – схематизация (упрощение) действующих случайных процессов может быть просто лишней математической операцией.

Подобный подход не является новым и используется уже несколько десятилетий для оценки долговечности конструкций, работающих в условиях случайного нагружения.

Для конструкций из алюминиевых и магниевых сплавов использование средних характеристик процесса изменения напряжений совместно с обобщёнными диаграммами усталости позволяет получать достаточно точные, а при необходимости и консервативные оценки накопленного повреждения за требуемый период эксплуатации.

Список источников

1. Гриненко Н.И., Шефер Л.А. Спектральный метод оценки усталостной долговечности при действии случайных нагрузок // Проблемы прочности. 1976. – №1. – с. 19-22.