

FATIGUE ANALYSIS

Оценка усталостной долговечности конструкции при случайном нагружении

После перевода на английский язык ряда наших статей потребовалось объяснить некоторые базовые термины, которые не требуют дополнительных пояснений в русскоязычной технической литературе.

Предельное состояние материала определяется кривой усталости, классическое уравнение которой математически связывает два параметра: амплитуду циклического нагружения и долговечность ($\sigma_a - \lg N$).

Однако, при оценке долговечности конструкций, работающих в условиях случайного нагружения, такого способа описания оказывается недостаточно.

Используемый часто в нашей работе подход не является традиционным*. В его основе лежат четыре числовые характеристики случайного процесса, определяющие как интенсивность нагружения материала, так и структуру процесса с точки зрения её влияния на усталостную долговечность. В качестве таких характеристик приняты:

- σ_m – математическое ожидание (среднее значение), характеризующее статическое смещение напряжений;
- СКО – среднеквадратическое отклонение напряжений, характеризующее интенсивность нагружения;
- N_0 – число пересечений нулевого уровня центрированным процессом с заданным знаком производной, характеризующее долговечность;
- G – критерий, отражающий вероятностную структуру процесса нагружения.

Из перечисленных параметров только критерий G требует дополнительных пояснений. Он представляет собой интегральную характеристику повреждающей части процесса нагружения, но поскольку сейчас рассматриваются лишь базовые понятия, его подробное описание будет приведено позже.

* – подход не является широко распространённым в инженерной практике вследствие сравнительно узкой области его прежнего применения. Наибольшее развитие он получил при анализе усталости конструкций из лёгких сплавов, работающих в условиях случайного нагружения, прежде всего в ракетно-космической технике. До появления многоразовых космических систем подобные задачи встречались относительно редко, что ограничивало востребованность данного метода расчёта. Вместе с тем накопленный опыт его применения подтверждается не только результатами испытаний, но и многолетней эксплуатацией конструкций, отказ которых вследствие усталостного разрушения мог бы иметь, без преувеличения, катастрофические последствия. Поэтому достоверность прогнозирования долговечности подтверждается самой практикой эксплуатации систем, спроектированных с использованием данной методики.

Для описания предельного по усталости состояния материала при действии случайных процессов нагружения, необходимо связать уравнениями уже не два традиционных параметра (σ_a и $\lg N_0$), а четыре. Входными данными будут служить значения математического ожидания σ_m , СКО и критерия структуры G , а выходным параметром, характеризующим повреждаемость материала, будет число циклов N_0 или $\lg N_0$.

Наглядно представить такую зависимость можно, используя трёхмерное пространство $\sigma_m - \text{СКО} - \lg N_0$, в котором положение поверхности усталости определяется структурой процесса нагружения. Каждому значению G будет соответствовать своя поверхность усталости (см. рис. 1).

На практике всё значительно проще – строить поверхности усталости не требуется.

Процесс полностью алгоритмизирован, и существующие программы, например 'РЕСУРС', определяют предельное состояние автоматически.

Для понимания принципов, лежащих в основе используемых алгоритмов, необходимо сначала рассмотреть способ представления усталостных свойств материала в более удобной при инженерных расчётах форме – в виде обобщённой диаграммы усталости.

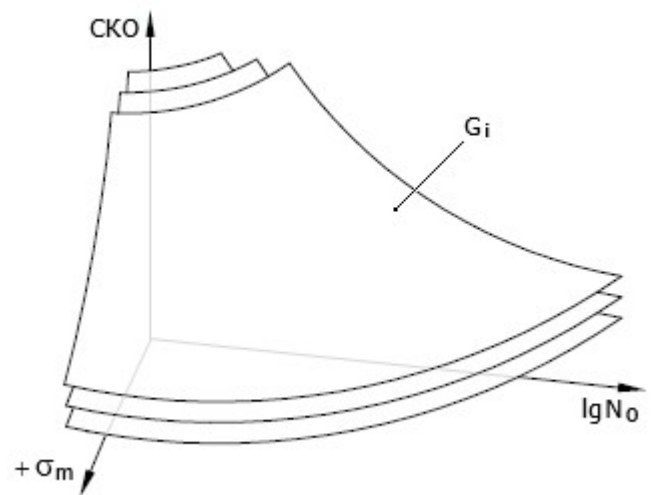


Рис. 1. Поверхности усталости материала

Чтобы упростить дальнейшие пояснения примем $\sigma_m = 0$ (см. рис. 1).

Представление результатов испытаний в этом случае снова станет классическим – двумерным, однако способ их статистического описания будет принципиально иным.

Обобщённая диаграмма усталости материала

Построение обобщённой диаграммы усталости материала является одним из подходов к статистической обработке результатов усталостных испытаний образцов из лёгких сплавов, прежде всего алюминиевых (рис. 2).

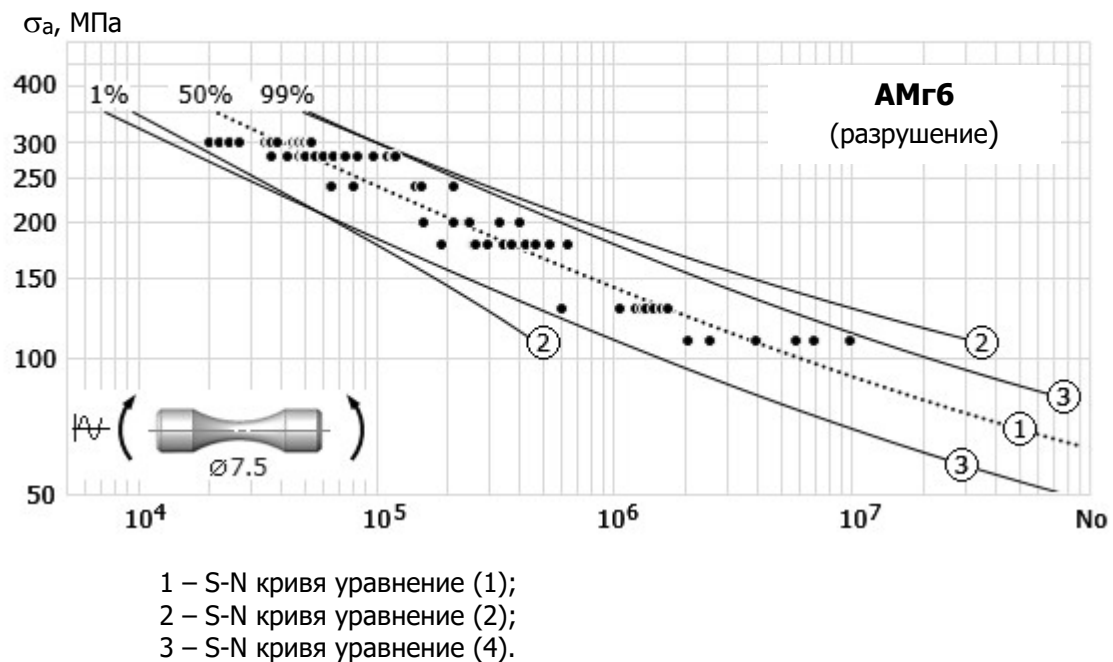


Рис. 2. Обобщенная диаграмма усталости материала

Одной из особенностей алюминиевых сплавов, в отличие от большинства конструкционных сталей, является отсутствие явно выраженного предела неограниченной выносливости (σ_{-1}). Накопление усталостных повреждений продолжается даже при относительно низких уровнях амплитуд напряжений, и чтобы эту особенность можно было лучше учитывать, результаты усталостных испытаний принято описывать с использованием либо двухпараметрического уравнения Вёлера (bi-parametric Wöhler curve), либо уравнения S-N кривой с т.н. 'порогом чувствительности':

$$\overline{\lg N_{oi}} = A - B \cdot \lg[\sigma_{ai} - \sigma_0]; \quad (1)$$

где:

А и В – параметры кривой усталости при гармоническом нагружении;

σ_0 – математическое ожидание предела неограниченной выносливости*.

На рис. 2 точками показаны результаты лабораторных испытаний круглых полированных образцов. После статистической обработки экспериментальных данных получается уравнение:

$$\overline{\lg N_{0i}} = 13.6 - 3.7 \cdot \lg[\sigma_{ai} - 31],$$

которое соответствует 50%-й вероятности разрушения (см. кривую 1 на рис. 2).

В практических расчетах уравнение в таком виде не применяется. Причина очевидна – конструкции не проектируются с вероятностью их разрушения 50%.

Вероятность безотказной работы должна быть существенно выше, а для этого необходимо учитывать статистическое рассеивание результатов усталостных испытаний.

Рассеивание результатов может быть учтено двумя взаимодополняющими способами.

Первый основан на анализе статистического распределения долговечности образцов при заданном уровне амплитуды нагружения. В этом случае используемое уравнение (2) описывает результаты испытаний предполагая нормальный закон распределения логарифмов долговечности:

$$\lg N_{0i} = A - B \cdot \lg[\sigma_{ai} - \sigma_0] \pm t_q \cdot s_{\lg N_i}; \quad (2)$$

где:

t_q – квантиль распределения Стьюдента, определяемый через требуемую вероятность и число имеющихся экспериментальных данных;

$s_{\lg N_i}$ – выборочное СКО логарифма долговечности $\lg N_{0i}$ на заданном уровне σ_{ai} .

* – иногда можно встретить и обозначение σ_{-1} , но для алюминиевых сплавов σ_0 или σ_{-1} это просто параметр уравнения, определяющий чувствительность материала к циклическому нагружению (условная асимптота), формально, амплитуды напряжений ниже этого порога не должны вносить усталостных повреждений; это то, что их связывает с классическим определением σ_{-1}

Значение S_{lgN_i} непостоянно, зависит от уровня действующих напряжений σ_a и обратно пропорционально им, т.е. чем меньше уровень напряжений, тем больше рассеивание. Поэтому для математического описания этого параметра используется уравнение:

$$S_{lgN_i} = s_o + \frac{C}{\sigma_{ai} - \sigma_0}; \quad (3)$$

где s_o и C – две постоянные материала, получаемые также после статистической обработки. Результат такой обработки показан на рис. 3.

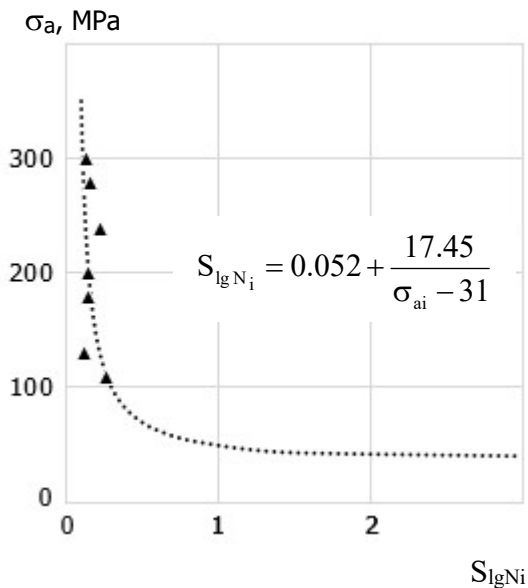


Рис. 3. Аппроксимация рассеивания логарифмов долговечности

Особенность гиперболического представления результатов рассеивания заключается в том, что имеется область перехода близко к σ_0 (см. рис. 3), где расчетные значения рассеивания начинают быстро возрастать и достигают величин, которые физически не могут быть достижимы. В дальнейшем это помогает упростить расчет, как именно станет понятно немного ниже.

Для лёгких сплавов в области низких амплитуд напряжений одного уравнения (2) оказывается недостаточно чтобы корректного описать рассеивание результатов испытаний. Поэтому параллельно применяется второй способ, основанный на анализе рассеивания усталостной прочности при заданной долговечности.

Уравнение (4) которое те же самые результаты усталостных испытаний, но предполагает нормальное распределение пределов ограниченной выносливости:

$$\lg N_{oi} = A - B \cdot \lg \left[\frac{1}{1 \pm tq \cdot v_\sigma} \sigma_{ai} - \sigma_0 \right], \quad (4)$$

где v_σ – коэффициент вариации пределов ограниченной выносливости (считается константой).

$$v_{\sigma_i} = \frac{S_{\sigma_i}}{\sigma_{ai}} = \text{const};$$

где: S_{σ_i} – выборочное СКО усталостной прочности при заданной долговечности $\lg N_i$;

σ_{ai} – среднее значение предела ограниченной выносливости при той же долговечности.

Для каждого уровня испытаний значение v_σ вычисляется отдельно, после чего определяется его среднее значение.

Статистическая обработка результатов испытаний (см. рис. 2), показала, что этот коэффициент изменяется в диапазоне:

$$0.064 < v_\sigma < 0.119;$$

и его среднее значение равно 0.088. Для дальнейших расчётов примем значение $v_\sigma = 0.08$.

Таким образом, чтобы правильно описать вероятностное положение S-N кривой используются одновременно два параметра (один переменный и второй постоянный):

S_{lgNi} – характеризует рассеивание долговечности при заданной амплитуде напряжений (см. уравнение (2));

v_σ – характеризует относительное рассеивание усталостной прочности при заданной долговечности (см. уравнение (4)).

При этом зависимости (2) и (4) хорошо описывают данные экспериментальных исследований образцов, но только каждая в своём диапазоне долговечностей (см. рис. 2, кривые 2 и 3).

Если обозначить количество циклов до разрушения, полученное по формуле (2) – $lg N_{0i}^{(2)}$, а по формуле (4) – $lg N_{0i}^{(4)}$, то при расчёте ресурса за действительное значение разрушающего числа циклов на заданном режиме нагружения принимают:

$$lg N_{0i} = \begin{cases} \max \langle lg N_{0i}^{(4)}, lg N_{0i}^{(2)} \rangle & \text{при } P_s < 0.5 \\ \min \langle lg N_{0i}^{(4)}, lg N_{0i}^{(2)} \rangle & \text{при } P_s > 0.5 \end{cases}$$

где P_s – заданная вероятность разрушения.

Отрисовывать графически обобщенные диаграммы усталости, также как на рис. 2, не принято.

Поэтому, если в статье говорится об использовании обобщенных диаграмм усталости материала, то подразумевается таблица с набором параметров минимум для трех уравнений: (2), (3) и (4), описывающих:

- положение S-N кривой (1);
- рассеивание долговечности;
- рассеивание пределов выносливости; и
- правило выбора предельного состояния для заданной вероятности разрушения (или неразрушения).

Пример показан в Таблице 1.

Таблица 1. Базовые параметры обобщенной диаграммы усталости алюминиевого сплава*

Образец	A	B	σ_0 , МПа	v_σ	C	s_0
Тип I, круглый 7.5мм, изгиб	13.6	3.7	31	0.080	17.45	0.052

* – желательно отдельным файлом предоставлять результаты самих испытаний как фактическое подтверждение корректности полученных коэффициентов и, что особенно важно, объема статистически обработанной информации; 10 испытанных образцов недостаточно для построения диаграммы.

Пример практического использования обобщенной диаграммы показан в Таблице 2.

Таблица 2. Предельное количество циклов нагружения

#	σ_a , МПа	P_s , %	t_q	LgN	Примечание
1	300	0.1	3.38	4.20	Уравнение (2)
2	250	1	2.46	4.63	Уравнение (2)
3	200	5	1.69	5.11	Уравнение (4)
4	50	10	1.31	8.49	Уравнение (4)

В Таблице 1 представлен минимум информации о материале и при необходимости она может дополняться параметрами, которые позволят определять предельное состояние материала не только при гармоническом, но и при случайном, полигармоническом с близкими частотами и смещенном нагружениях с заданной вероятностью неразрушения, а также учитывать конструктивные различия и технологические особенности изготовления (см. Таблицу 3).

Таблица 3. Параметры обобщенной диаграммы усталости алюминиевого сплава**

#	Образец	A	B	σ_0	K_σ	v_σ	C	s_0	G_0	G	C_{surf}
1	Тип I, круглый 7.5мм, чистый изгиб	13.6	3.7	31	1.00	0.08	17.45	0.052	3.8	1.41	1.00

** – пример с дополнительными коэффициентами, неописанные переменные будут объяснены в последующих разделах.